

Luis Augusto Koenig Veiga
Maria Aparecida Zehnpfennig Zanetti
Pedro Luis Faggion

FUNDAMENTOS DE TOPOGRAFIA

Engenharia Cartográfica e de Agrimensura
Universidade Federal do Paraná

2012





www.cartografica.ufpr.br

Este material é destinado aos alunos das disciplinas de Topografia I e Topografia II do Curso de Engenharia Cartográfica e de Agrimensura e demais cursos da Universidade Federal do Paraná. A sua distribuição é permitida, sendo vedada sua comercialização. A reprodução de partes do material pode ser feita com a devida atribuição dos créditos aos autores.

Luis A. K. Veiga/Maria A. Z. Zanetti/Pedro L. Faggion

Sumário

Sumário	i
Lista de Figuras	vii
Lista de Tabelas.....	xiii
1 - INTRODUÇÃO À TOPOGRAFIA	1
1.1 - Introdução	1
1.2 - Sistemas de Coordenadas	4
1.2.1 - Sistemas de Coordenadas Cartesianas.....	4
1.2.2 - Sistemas de Coordenadas Esféricas	6
1.3 - Superfícies de Referência.....	7
1.3.1 - Modelo Esférico	8
1.3.2 - Modelo Elipsoidal	8
1.3.3 - Modelo Geoidal.....	10
1.3.4 - Modelo Plano	11
1.3.4.1 - Efeito da Curvatura na Distância e Altimetria	14
1.4 - Classificação dos Erros de Observação.....	17
1.4.1 - Erros Grosseiros	18
1.4.2 - Erros Sistemáticos.....	18
1.4.3 - Erros Acidentais ou Aleatórios	19
1.4.3.1 - Peculiaridade dos Erros Acidentais.....	19
1.4.4 - Precisão e Acurácia	20
2 - REVISÃO MATEMÁTICA	21
2.1 - Unidades de Medida.....	21
2.1.1 - Medida de Comprimento (metro).....	21
2.1.2 - Medida Angular	22
2.1.2.1 - Radiano	22
2.1.2.2 - Unidade Sexagesimal	22
2.1.2.3 - Unidade Decimal.....	22
2.1.2.4 - Exercícios.....	23
2.2 - Revisão de Trigonometria Plana	25
2.2.1 - Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo	25
2.2.2 - Teorema de Pitágoras.....	27
2.3 - Exercícios.....	27
2.4 - Relações Métricas com o Triângulo Retângulo.....	30
2.5 - Exercício	31
2.6 - Triângulo Qualquer	32

2.6.1 - Lei dos Senos	32
2.6.2 - Lei dos Cossenos.....	32
2.7 - Exercício	33
3 - ESCALAS	34
3.1 - Principais Escalas e suas Aplicações.....	36
3.2 - Exercícios.....	37
3.3 - Erro de Graticismo (eg)	39
3.4 - A Escala Gráfica	40
4 - NORMALIZAÇÃO	42
4.1 - Introdução	42
4.2 - NBR 13133 - Execução de Levantamentos Topográficos.....	44
4.3 - NBR 14166 - Rede de Referência Cadastral Municipal.....	45
5 - MEDIÇÃO DE DISTÂNCIAS	47
5.1 - Medida Direta de Distâncias	47
5.1.1 - Trena de Fibra de Vidro	47
5.1.2 - Piquetes	48
5.1.3 - Estacas Testemunhas.....	48
5.1.4 - Balizas	49
5.1.5 - Nível de Cantoneira.....	50
5.1.6 - Cuidados na Medida Direta de Distâncias	50
5.1.7 - Métodos de Medida com Trena.....	51
5.1.7.1 - Lance Único	51
5.1.7.2 - Vários Lances - Pontos Visíveis.....	52
5.1.8 - Erros na Medida Direta de Distâncias	53
5.2 - Medidas Indiretas de Distâncias	54
5.2.1 - Taqueometria ou Estadimetria	55
5.2.1.1 - Formulário Utilizado	56
5.2.2 - Medição Eletrônica de Distâncias	58
5.2.2.1 - Correções Ambientais das Distâncias Obtidas com MED	66
5.2.2.1.1 - Exemplos.....	68
6 - MEDIÇÃO DE DIREÇÕES	71
6.1 - Ângulos Horizontais e Verticais	71
6.2 - Medida Eletrônica de Direções	75
6.2.1 - Introdução	75
6.3 - Teodolito	75
6.3.1 - Sistema de Eixos	76
6.3.2 - Círculos Graduados (Limbo):	77
6.3.3 - Luneta de Visada.....	77
6.3.4 - Níveis	78
6.4 - Princípio da Leitura Eletrônica de Direções.....	78
6.4.1 - Sensor Eletrônico de Inclinação	80

6.5 - Estações Totais.....	81
6.6 - Métodos de Medida Angular.....	82
6.6.1 - Aparelho não Orientado	83
6.6.2 - Aparelho Orientado pelo Norte Verdadeiro ou Geográfico	83
6.6.3 - Aparelho Orientado pela Bússola.....	83
6.6.4 - Aparelho Orientado na Ré.....	84
6.6.5 - Aparelho Orientado na Vante.....	84
6.6.6 - Deflexão	84
6.7 - Técnicas de Medição de Direções Horizontais	85
6.7.1 - Simples.....	85
6.7.2 - Pares Conjugados (PD e PI).....	85
6.7.3 - Medidas com Reiteraões.....	87
6.7.4 - Medidas com Repetição	89
6.8 - Procedimento de Medida em Campo Utilizando um Teodolito	93
6.8.1 - Instalação do Equipamento	93
6.8.1.1 - Instalando o tripé e retirando o instrumento da caixa.....	94
6.8.1.2 - Centragem e nivelamento.....	98
6.8.2 - Focalização da Luneta.....	103
6.8.3 - Leitura da Direção.....	105
6.9 - Ângulos Verticais.....	105
6.9.1 - Exercícios.....	107
7 - ORIENTAÇÃO.....	109
7.1 - Norte Magnético e Geográfico.....	109
7.2 - Azimute e Rumor	110
7.2.1 - Azimute.....	110
7.2.2 - Rumor	110
7.2.3 - Conversão entre Rumor e Azimute	111
7.2.4 - Exercícios.....	114
7.3 - Declinação Magnética.....	117
7.3.1 - Transformação de Norte Magnético em Geográfico e vice-versa	118
7.4 - Bússolas	119
7.4.1 - Inversão dos Pontos “E” e “W” da bússola	120
7.4.2 - Utilização da Bússola.....	120
7.4.3 - Exercício	121
7.5 - Métodos de Determinação do Norte Verdadeiro.....	121
8 - LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO - PLANIMETRIA.....	122
8.1 - Introdução	122
8.2 - Cálculo de Coordenadas na Planimetria.....	124
8.3 - Cálculo de Azimutes a Partir de Coordenadas Planimétricas de Dois Pontos	126

8.3.1 - Exercícios	127
9 - TÉCNICAS DE LEVANTAMENTO PLANIMÉTRICO	132
9.1 - Levantamento e Cálculo de Poligonais Fechadas	137
9.1.1 - Levantamento da Poligonal	138
9.1.2 - Cálculo de uma Poligonal Fechada	140
9.1.2.1 - Verificação do Erro de Fechamento Angular	142
9.1.2.2 - Cálculo dos Azimutes.....	143
9.1.2.2.1 - Exercício	144
9.1.2.3 - Cálculo das Coordenadas Parciais.....	145
9.1.2.4 - Verificação do Erro de Fechamento Linear.....	146
9.1.2.4.1 - Exercício	147
9.1.2.5 - Correção do Erro Linear.....	148
9.1.2.6 - Resumo de Cálculo da Poligonal Fechada	149
9.1.2.7 - Exercício	149
9.2 - Poligonal Enquadrada	155
9.2.1 - Exercício	157
9.3 - Irradiação	164
9.3.1 - Exercício	166
9.4 - Intersecção a Vante	172
9.4.1 - Exercício	173
10 - CÁLCULO DE ÁREAS	176
10.1 - Processo Gráfico	176
10.2 - Processo Computacional	176
10.3 - Processo Mecânico.....	177
10.4 - Processos Analíticos.....	178
10.5 - Exercício	182
11 - MEMORIAL DESCRITIVO	184
12 - NIVELAMENTO.....	187
12.1 - Introdução	187
12.2 - Levantamento Topográfico Altimétrico	192
12.3 - Nivelamento Geométrico	196
12.3.1 - Níveis	196
12.3.2 - Miras	197
12.3.3 - Métodos de Nivelamento Geométrico.....	200
12.3.3.1 - Visadas Iguais	201
12.3.3.1.1 - Procedimento de Campo	206
12.3.3.1.2 - Exercício	209
12.3.3.1.3 - Cuidados a Serem Tomados na Execução do Nivelamento	209
12.3.3.1.4 - Cálculo do Erro Cometido e da Tolerância Altimétrica	215
12.3.3.1.5 - Exercício	216

12.3.3.2 - Método das Visadas Extremas	219
12.3.3.2.1 - Exercício	224
12.3.3.2.2 - Exercício	225
12.3.3.2.3 - Exercício	226
12.3.3.3 - Método das Visadas Equidistantes	227
12.3.3.4 - Método das Visadas Recíprocas	229
12.4 - Nivelamento Trigonométrico	231
12.4.1 - Nivelamento Trigonométrico para Lances Curtos	231
12.4.2 - Nivelamento Trigonométrico para Lances Longos	232
12.4.3 - Exercício	233
12.4.4 - Exercício	233
12.4.5 - Exercício	234
12.4.6 - Exercício	234
13 - INTRODUÇÃO AO DESENHO TOPOGRÁFICO ASSISTIDO POR COMPUTADOR	235
13.1 - Introdução	235
13.2 - Desenho Técnico	240
13.3 - Desenho Topográfico e NBR13133	243
14 - TERMOS TÉCNICOS UTILIZADOS EM INSTRUMENTAÇÃO TOPOGRÁFICA E GEODÉSICA	246
15 - REPRESENTAÇÃO DO RELEVO	251
15.1 - Introdução	251
15.2 - Métodos para a Interpolação e Traçado das Curvas de Nível ...	258
15.2.1 - Método Gráfico	259
15.2.2 - Método Numérico	261
15.2.3 - Exercício	266
15.2.4 - Exercício	267
16 - BIBLIOGRAFIA	268

Lista de Figuras

Figura 1.1 - Desenho representando o resultado de um levantamento planialtimétrico.....	3
Figura 1.2 - Sistema de coordenadas cartesianas.....	5
Figura 1.3 - Representação de pontos no sistema de coordenadas cartesianas.	5
Figura 1.4 - Sistema de coordenadas cartesianas, dextrógiro e levógiro. 6	
Figura 1.5 - Sistema de coordenadas esféricas.	7
Figura 1.6 - Terra esférica - coordenadas astronômicas.	8
Figura 1.7 - Elipsóide de revolução.....	9
Figura 1.8 - Coordenadas elipsóidicas.....	10
Figura 1.9 - Superfície física da Terra, elipsóide e geóide.	10
Figura 1.10 - Vertical.	11
Figura 1.11 - Plano em Topografia.....	13
Figura 1.12 - Eixos definidos por uma direção notável.	14
Figura 1.13 - Efeito da curvatura para a distância.	14
Figura 1.14 - Efeito da curvatura na altimetria.	16
Figura 1.15 - Precisão e acurácia.....	20
Figura 2.1 - Representação de um arco de ângulo.	22
Figura 2.2 - Triângulo retângulo.....	26
Figura 3.1 - Quadrado 2u x 2u.....	36
Figura 3.2 - Símbolos utilizados para representar feições.	40
Figura 4.1 - Logotipo ANBT e ISO.....	43
Figura 5.1 - Modelos de trenas.	47
Figura 5.2 - Representação da implantação de um piquete e estaca testemunha.....	49
Figura 5.3 - Exemplos de balizas.....	49
Figura 5.4 - Nível de cantoneira.	50
Figura 5.5 - Medida de distância em lance único.	51
Figura 5.6 - Exemplo de medida direta de distância com trena.....	52
Figura 5.7 - Medida de distância em vários lances.....	53
Figura 5.8 - Falta de verticalidade da baliza.....	54
Figura 5.9 - Exemplo de um teodolito.....	55
Figura 5.10 - Mira estadimétrica.	56
Figura 5.11 - Determinação da distância utilizando estadimetria.....	57
Figura 5.12 - Princípio de medida de um MED.....	59
Figura 5.13 - Representação da função trigonométrica envolvida em um sistema de coordenadas polares e retangulares.....	61
Figura 5.14 - Dois sinais senoidais com a mesma amplitude e fases diferentes.	62

Figura 5.15 - Modelo de prisma de reflexão total.....	63
Figura 5.16 - Alvo de reflexão através de superfície espelhada.	64
Figura 5.17 - Alvo de reflexão difusa.	65
Figura 5.18 - Ábaco utilizado para a obtenção da correção ambiental. .	68
Figura 5.19 - Ábaco utilizado para a obtenção da correção ambiental. .	69
Figura 6.1 - Leitura de direções e cálculo do ângulo.....	71
Figura 6.2 - Ângulo horizontal.	72
Figura 6.3 - Pontaria para leitura de direções horizontais.	72
Figura 6.4 - Ângulo vertical.	73
Figura 6.5 - Ângulo zenital.....	73
Figura 6.6 - Ângulos horizontal e zenital.	74
Figura 6.7 - Indicação da precisão de um teodolito.	76
Figura 6.8 - Teodolito.....	77
Figura 6.9 - Modelo de limbo incremental.	79
Figura 6.10 - Sistema de codificação absoluto.	79
Figura 6.11 - Esquema do Sensor de Inclinação.....	80
Figura 6.12 - Detalhe do sensor de inclinação.....	81
Figura 6.13 - Estação total.....	82
Figura 6.14 - Ângulo α	82
Figura 6.15 - Aparelho não orientado.....	83
Figura 6.16 - Aparelho orientado na estação ré.....	84
Figura 6.17 - Aparelho orientado na estação vante.	84
Figura 6.18 - Deflexão.....	85
Figura 6.19 - Leitura de pares conjugados.....	86
Figura 6.20 - Leituras utilizando o método de reiteração - posição I. ...	87
Figura 6.21 - Leituras utilizando o método de reiteração - posição II. ...	88
Figura 6.22 - Leituras utilizando o método de reiteração - posição III. ...	88
Figura 6.23 - Medida com repetição.....	90
Figura 6.24 - Direções medidas com o método de repetição.....	91
Figura 6.25 - Direções medidas com o método de repetição.....	92
Figura 6.26 - Exemplificando o método de repetição.....	93
Figura 6.27 - Marco de concreto.	94
Figura 6.28 - Chapa metálica com a indicação do ponto topográfico....	95
Figura 6.29 - Disposição dos equipamentos enquanto não utilizados. ...	95
Figura 6.30 - Movimento de extensão das pernas do tripé.	95
Figura 6.31 - Cravando o tripé no solo.....	96
Figura 6.32 - Cuidados a serem seguidos na instalação do tripé.	96
Figura 6.33 - Retirando o instrumento da caixa.	97
Figura 6.34 - Fixando o equipamento ao tripé.....	97
Figura 6.35 - Eixo principal do equipamento passando pelo ponto.....	98
Figura 6.36 - Níveis esférico, tubular e digital.	99

Figura 6.37 - Posicionando o prumo sobre o ponto.....	99
Figura 6.38 - Ajustando o nível de bolha utilizando os movimentos de extensão do tripé.....	100
Figura 6.39 - Calagem da bolha do nível esférico.	100
Figura 6.40 - Nível alinhado a dois calantes.....	100
Figura 6.41 - Movimentação dos dois calantes ao mesmo tempo, em sentidos opostos.....	101
Figura 6.42 - Alinhamento do nível ortogonalmente à linha inicial. ...	101
Figura 6.43 - Centragem da bolha atuando no parafuso ortogonal a linha inicial.....	102
Figura 6.44 - Retículos focalizados.	104
Figura 6.46 - Ângulo zenital em PD.....	105
Figura 6.47 - Ângulo zenital em PI.	106
Figura 7.1 - Campo magnético ao redor da Terra.....	109
Figura 7.2 - Representação do azimute.	110
Figura 7.3 - Representação do rumo.....	111
Figura 7.4 - Representação do rumo em função do azimute.....	112
Figura 7.5 - Representação da declinação magnética.	117
Figura 7.10 - Transformação de azimute e rumo magnético para verdadeiro e vice-versa.....	118
Figura 7.11 - Teodolito TC100 com bússola.	119
Figura 8.1 - Diferentes formas de materialização de pontos.	122
Figura 8.2 - Monografia de ponto topográfico.	123
Figura 8.3 - Representação da projeção da distância D em X (ΔX) e em Y (ΔY).....	124
Figura 8.5 - Quadrantes do Azimute.	127
Figura 8.6 - Representação do azimute da direção 1-2.....	128
Figura 8.7 - Representação do azimute da direção 2-3.....	129
Figura 8.8 - Representação do azimute da direção 3-4.....	130
Figura 8.9 - Representação do azimute da direção 4-5.....	131
Figura 9.1 - Levantamento de uma poligonal.....	132
Figura 9.2 - Poligonal fechada.....	133
Figura 9.3 - Poligonal enquadrada.....	133
Figura 9.4 - Poligonal aberta.	134
Figura 9.5 - Dois pontos com coordenadas conhecidas e vinculadas ao SGB comuns a poligonal.....	134
Figura 9.6 - Pontos com coordenadas conhecidas entre pontos da poligonal.....	135
Figura 9.7 - Um vértice de apoio pertencente a poligonal e observação a um segundo vértice.....	135

Figura 9.8 - Norte Geográfico e um ponto com coordenadas conhecidas.	136
Figura 9.9 - Transporte de coordenadas utilizando uma poligonal de apoio.	136
Figura 9.10 - Problema de Pothénot.	137
Figura 9.11 - Eixo Y orientado segundo um alinhamento de meio fio.	137
Figura 9.12 - Ângulos externos e internos de uma poligonal fechada.	138
Figura 9.13 - Ângulos de deflexão de uma poligonal fechada.	139
Figura 9.14 - Estação ré e vante.	139
Figura 9.15 - Medida do ângulo horizontal.	140
Figura 9.16 - Cálculo das coordenadas.	141
Figura 9.17 - Pontaria em baliza próxima ao equipamento e longe.	143
Figura 9.18 - Cálculo do azimute.	144
Figura 9.19 - Erro planimétrico.	146
Figura 9.20 - Decomposição do erro planimétrico.	146
Figura 9.21 - Croqui de uma Poligonal Fechada.	150
Figura 9.22 - Desenho da poligonal enquadrada.	155
Figura 9.23 - Croqui de uma poligonal enquadrada.	157
Figura 9.24 - Método de irradiação.	164
Figura 9.25 - Levantamento por irradiação.	164
Figura 9.26 - Exemplo de caderneta de campo de levantamento de detalhes.	165
Figura 9.27 - Croqui.	166
Figura 9.28 - Levantamento de detalhes pelo método de Irradiação.	167
Figura 9.29 - Intersecção a vante.	173
Figura 9.30 - Exercício Método de Intersecção à vante.	174
Figura 10.1 - Cálculo de área por métodos gráficos: quadriculado e figuras geométricas equivalentes.	176
Figura 10.2 - Planímetro digital.	177
Figura 10.3 - Cálculo de áreas.	178
Figura 10.4 - Cálculo da área de um trapézio.	179
Figura 10.5 - Trapézio $2'2''1'1''$.	179
Figura 10.6 - Forma de multiplicação dos valores.	182
Figura 12.1 - Cota, altitude e desnível.	187
Figura 12.2 - Rede altimétrica brasileira.	190
Figura 12.3 - Referência de nível - RN 2053-D.	191
Figura 12.4 - Amostragem de pontos altimétricos e representação do relevo.	195
Figura 12.5 - Eixos do nível.	197
Figura 12.6 - Diferentes modelos de miras.	198

Figura 12.7 - Convenção para a indicação do metro para a mira utilizada.	198
Figura 12.8 - Mira e leituras.	199
Figura 12.9 - Nivelamento Geométrico - método das visadas iguais.	201
Figura 12.10 - Nível a igual distância entre os pontos.	202
Figura 12.11 - Nível em duas alturas diferentes.	202
Figura 12.12 - Erro de colimação e curvatura terrestre.	203
Figura 12.13 - Lance.	203
Figura 12.14 - Seção.	204
Figura 12.15 - Rede, circuito e linha de nivelamento.	205
Figura 12.16 - Nivelamento simples e composto.	206
Figura 12.17 - Leituras efetuadas e distância calculada.	207
Figura 12.18 - Caderneta modelo G4 de nivelamento geométrico.	208
Figura 12.19 - Preenchimento da caderneta.	208
Figura 12.20 - Rotacionando a mira durante o nivelamento composto.	210
Figura 13.1 - Croqui e desenho final.	235
Figura 13.2 - Exemplos de convenções topográficas.	237
Figura 13.3 - Diferentes formas de indicação do Norte.	238
Figura 13.4 - Diferentes representações para uma mesma área.	238
Figura 13.5 - Divisão do desenho em camadas.	239
Figura 13.6 - Camadas auxiliares.	240
Figura 13.7 - Folhas na horizontal e vertical.	240
Figura 13.8 - Espaços para desenho, texto e legenda.	241
Figura 13.9 - Exemplo de legenda.	242
Figura 13.10 - Exemplo de quadriculado.	244
Figura 15.1 - Diferentes formas de representação do relevo.	251
Figura 15.2 - Pontos cotados.	252
Figura 15.3 - Interseção de um plano vertical com o relevo.	252
Figura 15.4 - Perfil.	253
Figura 15.4 - Perfil do Terreno.	253
Figura 15.5 - Interseção do plano horizontal com a superfície física.	253
Figura 15.6 - Elevação e depressão.	255
Figura 15.7 - Curvas mestras e secundárias.	255
Figura 15.8 - Curvas de Nível "lisas".	256
Figura 15.9 - Erro na representação das curvas: cruzamento.	256
Figura 15.10 - Erro na representação das curvas: encontro de curvas.	256
Figura 15.11 - Representação de relevos com diferentes inclinações.	257
Figura 15.12 - Representação tridimensional do relevo e curvas de nível.	257
Figura 15.13 - Representação a partir dos pontos obtidos em campo.	258

Figura 15.14 - Interpolação da cota de um ponto.	258
Figura 15.15 - Diagrama de linhas paralelas.	259
Figura 15.16 - Interpolação das curvas empregando diagrama de linhas paralelas.....	260
Figura 15.17 - Traçado de uma reta r com comprimento igual ao desnível entre os pontos A e B.	260
Figura 15.18 - Retas paralelas ao segmento AB'.....	261
Figura 15.19 - Exemplo de interpolação numérica.....	262
Figura 15.20 - Resultado da interpolação numérica para o segmento AB.	263
Figura 15.21 - Interpolação e desenho das curvas em uma célula da malha quadrada.....	263
Figura 15.22 - Ambigüidade na representação em uma célula da malha quadrada.	264
Figura 15.23 - Malha triangular.....	265
Figura 15.24 - Triangulação.	265

Lista de Tabelas

Tabela 1.1 - Efeito da curvatura para diferentes distâncias.	16
Tabela 1.2 - Efeito da curvatura na altimetria.	17
Tabela 2.1 - Prefixos.	21
Tabela 3.1 - Principais escalas e suas aplicações.....	37
Tabela 3.2 - Representação da precisão da escala.	39
Tabela 5.1 - Precisão das trenas.....	51
Tabela 6.1 - Classificação dos Teodolitos.	75
Tabela 6.2 - Exemplo de leituras utilizando reiteração.	89
Tabela 9.1 - Coordenadas dos pontos de partida e de chegada.....	158
Tabela 12.1 - Classificação dos níveis.....	197
Tabela 13.1 - Formatos da série A.....	241
Tabela 15.1 - Escala e equidistância.....	254

1 - INTRODUÇÃO À TOPOGRAFIA

1.1 - Introdução

O homem sempre necessitou conhecer o meio em que vive, por questões de sobrevivência, orientação, segurança, guerras, navegação, construção, etc. No princípio a representação do espaço baseava-se na observação e descrição do meio. Cabe salientar que alguns historiadores dizem que o homem já fazia mapas antes mesmo de desenvolver a escrita. Com o tempo surgiram técnicas e equipamentos de medição que facilitaram a obtenção de dados para posterior representação. A Topografia foi uma das ferramentas utilizadas para realizar estas medições.

Etimologicamente a palavra TOPOS, em grego, significa lugar e GRAPHEN descrição, assim, de uma forma bastante simples, Topografia significa descrição do lugar. A seguir são apresentadas algumas de suas definições:

“A Topografia tem por objetivo o estudo dos instrumentos e métodos utilizados para obter a representação gráfica de uma porção do terreno sobre uma superfície plana” DOUBEK (1989).

“A Topografia tem por finalidade determinar o contorno, dimensão e posição relativa de uma porção limitada da superfície terrestre, sem levar em conta a curvatura resultante da esfericidade terrestre” ESPARTEL (1987).

O objetivo principal é efetuar o levantamento (executar medições de ângulos, distâncias e desníveis) que permita representar uma porção da superfície terrestre em uma escala adequada. Às operações efetuadas em campo, com o objetivo de coletar dados para a posterior representação, denomina-se de levantamento topográfico.

A Topografia pode ser entendida como parte da Geodésia, ciência que tem por objetivo determinar a forma e dimensões da Terra.

Na Topografia trabalha-se com medidas (lineares e angulares) realizadas sobre a superfície da Terra e a partir destas medidas calculam-se coordenadas, áreas, volumes, etc. Além disto, estas grandezas

poderão ser representadas de forma gráfica através de mapas ou plantas. Para tanto é necessário um sólido conhecimento sobre instrumentação, técnicas de medição, métodos de cálculo e estimativa de precisão (KAHMEN; FAIG, 1988).

De acordo com BRINKER; WOLF (1977), o trabalho prático da Topografia pode ser dividido em cinco etapas:

- 1) *Tomada de decisão*: onde se relacionam os métodos de levantamento, equipamentos, posições ou pontos a serem levantados, etc.
- 2) *Trabalho de campo ou aquisição de dados*: efetuam-se as medições e gravação de dados.
- 3) *Cálculos ou processamento*: elaboram-se os cálculos baseados nas medidas obtidas para a determinação de coordenadas, volumes, etc.
- 4) *Mapeamento ou representação*: produz-se o mapa ou carta a partir dos dados medidos e calculados.
- 5) *Locação*.

De acordo com a NBR 13133 (ABNT, 1991, p. 3), Norma Brasileira para execução de Levantamento Topográfico, o levantamento topográfico é definido por:

“Conjunto de métodos e processos que, através de medições de ângulos horizontais e verticais, de distâncias horizontais, verticais e inclinadas, com instrumental adequado à exatidão pretendida, primordialmente, implanta e materializa pontos de apoio no terreno, determinando suas coordenadas topográficas. A estes pontos se relacionam os pontos de detalhe visando a sua exata representação planimétrica numa escala pré-determinada e à sua representação altimétrica por intermédio de curvas de nível, com equidistância também pré-determinada e/ou pontos cotados.”

Classicamente a Topografia é dividida em Topometria e Topologia.

A Topologia tem por objetivo o estudo das formas exteriores do terreno e das leis que regem o seu modelado.

A Topometria estuda os processos clássicos de medição de distâncias, ângulos e desníveis, cujo objetivo é a determinação de posições relativas de pontos. Pode ser dividida em planimetria e altimetria.

Tradicionalmente o levantamento topográfico pode ser dividido em duas partes: o levantamento planimétrico, onde se procura determinar a posição planimétrica dos pontos (coordenadas X e Y) e o levantamento altimétrico, onde o objetivo é determinar a cota ou altitude de um ponto (coordenada Z). A realização simultânea dos dois levantamentos dá origem ao chamado levantamento planialtimétrico. A figura 1.1 ilustra o resultado de um levantamento planialtimétrico de uma área.

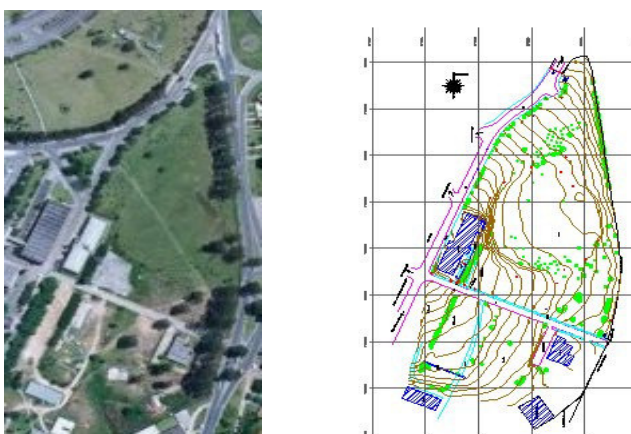


Figura 1.1 - Desenho representando o resultado de um levantamento planialtimétrico.

A Topografia é a base para diversos trabalhos de Engenharia, onde o conhecimento das formas e dimensões do terreno é importante. Alguns exemplos de aplicação:

- Projetos e execução de estradas;
- Grandes obras de engenharia, como pontes, viadutos, túneis, portos, etc.;
- Locação de obras;
- Trabalhos de terraplenagem;
- Monitoramento de estruturas;
- Planejamento urbano;
- Irrigação e drenagem;
- Reflorestamentos;
- Etc.

Em diversos trabalhos a Topografia está presente na etapa de planejamento e projeto, fornecendo informações sobre o terreno; na execução e acompanhamento da obra; realizando locações e fazendo verificações métricas; e finalmente no monitoramento da obra após a sua execução, para determinar, por exemplo, deslocamentos de estruturas.

1.2 - Sistemas de Coordenadas

Um dos principais objetivos da Topografia é a determinação de coordenadas relativas de pontos. Para tanto, é necessário que estas sejam expressas em um sistema de coordenadas. São utilizados basicamente dois tipos de sistemas para definição unívoca da posição tridimensional de pontos: sistemas de coordenadas cartesianas e sistemas de coordenadas esféricas.

1.2.1 - Sistemas de Coordenadas Cartesianas

Quando se posiciona um ponto nada mais está se fazendo do que atribuindo coordenadas ao mesmo. Estas coordenadas por sua vez deverão estar referenciadas a um sistema de coordenadas. Existem diversos sistemas de coordenadas, alguns amplamente empregados em Geometria e Trigonometria, por exemplo. Estes sistemas normalmente representam um ponto no espaço bidimensional ou tridimensional.

No espaço bidimensional, um sistema bastante utilizado é o sistema de coordenadas retangulares ou cartesianas. Este é um sistema de eixos ortogonais no plano, constituído de duas retas orientadas X e Y, perpendiculares entre si (figura 1.2). A origem deste sistema é o cruzamento dos eixos X e Y.

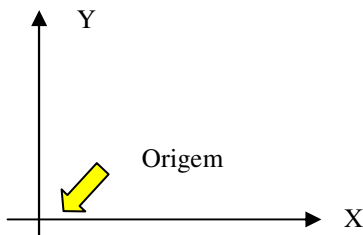


Figura 1.2 - Sistema de coordenadas cartesianas.

Um ponto é definido neste sistema através de uma coordenada denominada abscissa (coordenada X) e outra denominada ordenada (coordenada Y). Uma das notações $P(x, y)$ ou $P = (x, y)$ é utilizada para denominar um ponto P com abscissa x e ordenada y.

Na figura 1.3 apresenta-se um sistema de coordenadas, cujas coordenadas da origem são O (0,0). Nele estão representados os pontos A(10,10), B(15,25) e C(20,-15).

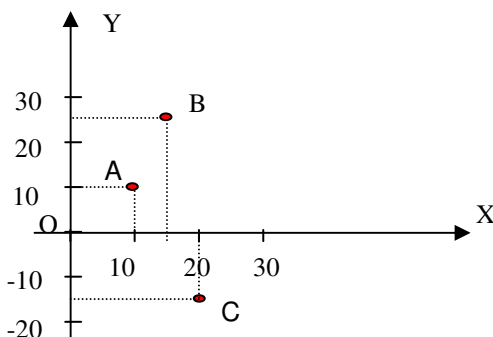


Figura 1.3 - Representação de pontos no sistema de coordenadas cartesianas.

Um sistema de coordenadas cartesianas retangulares no espaço tridimensional é caracterizado por um conjunto de três retas (X , Y , Z) denominadas de eixos coordenados, mutuamente perpendiculares, as quais se interceptam em um único ponto, denominado de origem. A posição de um ponto neste sistema de coordenadas é definida pelas coordenadas cartesianas retangulares (x , y , z) de acordo com a figura 1.4.

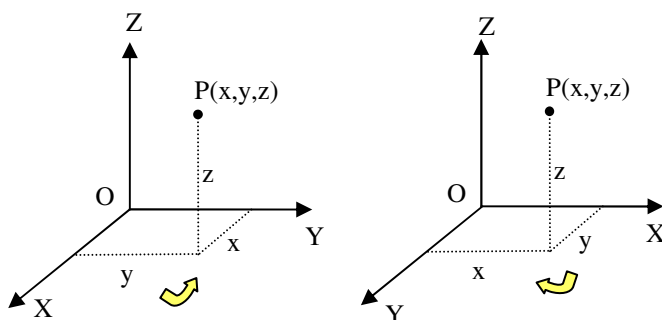


Figura 1.4 - Sistema de coordenadas cartesianas, dextrógiro e levógiro.

Conforme a posição da direção positiva dos eixos, um sistema de coordenadas cartesianas pode ser dextrógiro ou levógiro (GEMAEL, 1981, não paginado). Um sistema dextrógiro é aquele onde um observador situado no semi-eixo OZ vê o semi-eixo OX coincidir com o semi-eixo OY através de um giro de 90° no sentido anti-horário. Um sistema levógiro é aquele em que o semi-eixo OX coincide com o semi-eixo OY através de um giro de 90° no sentido horário (figura 1.4).

1.2.2 - Sistemas de Coordenadas Esféricas

Um ponto do espaço tridimensional pode ser determinado de forma unívoca, conforme a figura 1.5, pelo afastamento r entre a origem do sistema e o ponto R considerado, pelo ângulo β formado entre o segmento OR e a projeção ortogonal deste sobre o plano xy e pelo ângulo α que a projeção do segmento OR sobre o plano xy forma com o

semi-eixo OX. As coordenadas esféricas de um ponto R são dadas por (r, α, β) . A figura 1.5 ilustra este sistema de coordenadas.

Supõe-se o sistema de coordenadas esféricas sobreposto a um sistema de coordenadas cartesianas (TORGE, 1980, p.16). Assim, o ponto R, determinado pelo terno cartesiano (x, y, z) pode ser expresso pelas coordenadas esféricas (r, α, β) , sendo o relacionamento entre os dois sistemas obtido pelo vetor posicional:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \alpha \\ \cos \beta \sin \alpha \\ \sin \beta \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

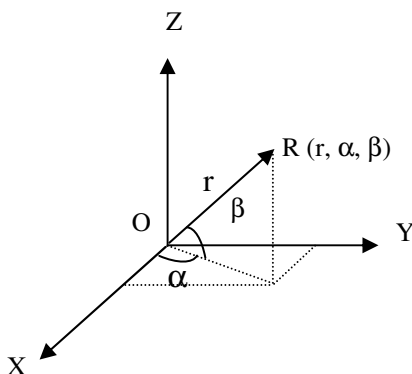


Figura 1.5 - Sistema de coordenadas esféricas.

1.3 - Superfícies de Referência

Devido às irregularidades da superfície terrestre, utilizam-se modelos para a sua representação, mais simples, regulares e geométricos e que mais se aproximam da forma real para efetuar os cálculos. Cada um destes modelos tem a sua aplicação, e quanto mais complexa a figura empregada para a representação da Terra, mais complexos serão os cálculos sobre esta superfície.

1.3.1 - Modelo Esférico

Em diversas aplicações a Terra pode ser considerada uma esfera, como no caso da Astronomia. Um ponto pode ser localizado sobre esta esfera através de sua latitude e longitude. Tratando-se de Astronomia, estas coordenadas são denominadas de latitude e longitude astronômicas. A figura 1.6 ilustra estas coordenadas.

- Latitude Astronômica (Φ): é o arco de meridiano contado desde o equador até o ponto considerado, sendo, por convenção, positiva no hemisfério Norte e negativa no hemisfério Sul.
- Longitude Astronômica (Λ): é o arco de equador contado desde o meridiano de origem (*Greenwich*) até o meridiano do ponto considerado. Por convenção a longitude varia de 0° a $+180^\circ$ no sentido leste de Greenwich e de 0° a -180° por oeste de Greenwich.

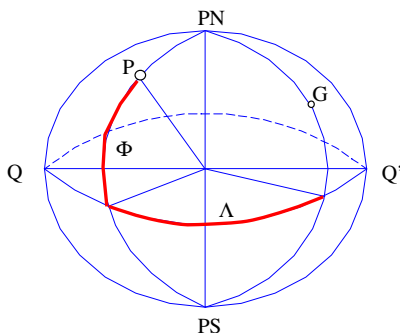


Figura 1.6 - Terra esférica - coordenadas astronômicas.

1.3.2 - Modelo Elipsoidal

A Geodésia adota como modelo o elipsóide de revolução (figura 1.7). O elipsóide de revolução ou biaxial é a figura geométrica gerada pela rotação de uma semi-elipse (geratriz) em torno de um de seus eixos (eixo de revolução); se este eixo for o menor tem-se um elipsóide achatado. Mais de 70 diferentes elipsóides de revolução são utilizados em trabalhos de Geodésia no mundo.

Um elipsóide de revolução fica definido por meio de dois parâmetros, os semi-eixos **a** (maior) e **b** (menor). Em Geodésia é tradicional considerar como parâmetros o semi-eixo maior **a** e o achatamento **f**, expresso pela equação (1.2).

$$f = \frac{a - b}{a} \quad (1.2)$$

a: semi-eixo maior da elipse
b: semi-eixo menor da elipse

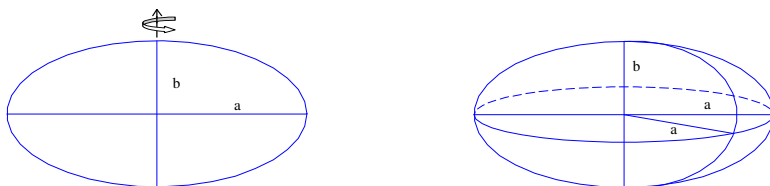


Figura 1.7 - Elipsóide de revolução.

As coordenadas geodésicas elipsóidicas de um ponto sobre o elipsóide ficam assim definidas (figura 1.8):

Latitude Geodésica (ϕ): ângulo que a normal forma com sua projeção no plano do equador, sendo positiva para o Norte e negativa para o Sul.

Longitude Geodésica (λ): ângulo diedro formado pelo meridiano geodésico de Greenwich (origem) e do ponto P, sendo positivo para Leste e negativo para Oeste.

A normal é uma reta ortogonal ao elipsóide que passa pelo ponto P na superfície física.

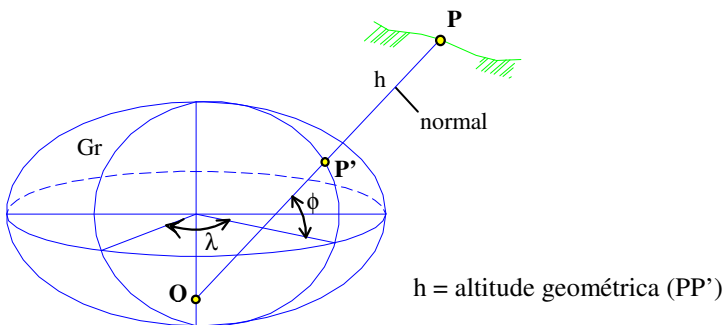


Figura 1.8 - Coordenadas elipsóidicas.

No Brasil, o atual Sistema Geodésico Brasileiro (SIRGAS2000 - **S**istema de **R**eferência **G**eocêntrico para as **A**mérica**S**) adota o elipsóide de revolução GRS80 (Global Reference System 1980), cujos semi-eixo maior e achatamento são:

$$a = 6.378.137,000 \text{ m}$$

$$f = 1/298,257222101$$

1.3.3 - Modelo Geoidal

O modelo geoidal é o que mais se aproxima da forma da Terra. É definido teoricamente como sendo o nível médio dos mares em repouso, prolongado através dos continentes. Não é uma superfície regular e é de difícil tratamento matemático. A figura 1.9 representa de forma esquemática a superfície física da Terra, o elipsóide e o geóide.

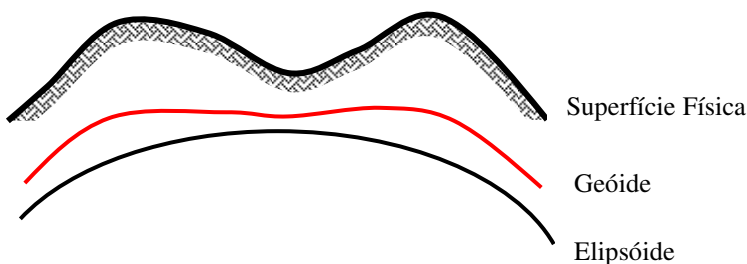


Figura 1.9 - Superfície física da Terra, elipsóide e geóide.

O geóide é uma superfície equipotencial do campo da gravidade ou superfície de nível, utilizado como referência para as altitudes ortométricas (distância contada sobre a vertical, do geóide até a superfície física) no ponto considerado.

As linhas de força ou linhas verticais (em inglês “*plumb line*”) são perpendiculares a essas superfícies equipotenciais e materializadas, por exemplo, pelo fio de prumo de um teodolito nivelado, no ponto considerado. A reta tangente à linha de força em um ponto (em inglês “*direction of plumb line*”) simboliza a direção do vetor gravidade neste ponto, e também é chamada de vertical. A figura 1.10 ilustra este conceito.

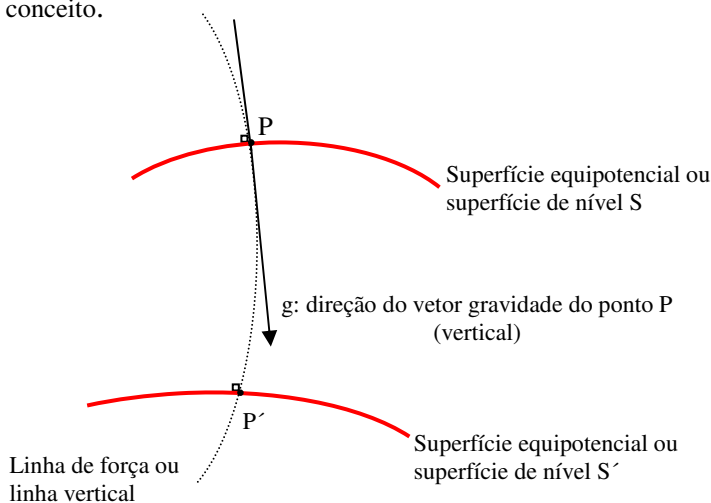


Figura 1.10 - Vertical.

1.3.4 - Modelo Plano

Considera a porção da Terra em estudo com sendo plana. É a simplificação utilizada pela Topografia. Esta aproximação é válida dentro de certos limites e facilita bastante os cálculos topográficos. Face aos erros decorrentes destas simplificações, este plano tem suas dimensões limitadas. Tem-se adotado como limite para este plano na prática a dimensão de 20 a 30 km. A NRB 13133 (Execução de Levantamento Topográfico) admite um plano com até aproximadamente 80 km.

Segundo a NBR 13133, as características do sistema de projeção utilizado em Topografia são:

- a) As projetantes são ortogonais à superfície de projeção, significando estar o centro de projeção localizado no infinito.
- b) A superfície de projeção é um plano normal a vertical do lugar no ponto da superfície terrestre considerado como origem do levantamento, sendo seu referencial altimétrico o referido Datum vertical brasileiro.
- c) As deformações máximas aproximadas inerentes à desconsideração da curvatura terrestre e à refração atmosférica são:

$$\Delta l \text{ (mm)} = - 0,001 l^3 \text{ (km)}$$

$$\Delta h \text{ (mm)} = + 78,1 l^2 \text{ (km)}$$

$$\Delta h' \text{ (mm)} = + 67 l^2 \text{ (km)}$$

Onde:

Δl = deformação planimétrica devida à curvatura da Terra, em mm.

Δh = deformação altimétrica devida à curvatura da Terra, em mm.

$\Delta h'$ = deformação altimétrica devida ao efeito conjunto da curvatura da Terra e da refração atmosférica, em mm.

l = distância considerada no terreno, em km.

- d) O plano de projeção tem a sua dimensão máxima limitada a 80 km, a partir da origem, de maneira que o erro relativo, decorrente da desconsideração da curvatura terrestre, não ultrapasse 1:35000 nesta dimensão e 1:15000 nas imediações da extremidade desta dimensão.
- e) A localização planimétrica dos pontos, medidos no terreno e projetados no plano de projeção, se dá por intermédio de um sistema de coordenadas cartesianas, cuja origem coincide com a do levantamento topográfico;
- f) O eixo das ordenadas é a referência azimutal, que, dependendo das particularidades do levantamento, pode estar orientado para o norte geográfico, para o norte magnético ou para uma direção notável do terreno, julgada como importante.

Uma vez que a Topografia busca representar um conjunto de pontos no plano é necessário estabelecer um sistema de coordenadas cartesianas para a representação dos mesmos. Este sistema pode ser caracterizado da seguinte forma:

Eixo Z: materializado pela vertical do lugar (linha materializada pelo fio de prumo);

Eixo Y: definido pela meridiana (linha norte-sul magnética ou verdadeira);

Eixo X: sistema dextrógiro (formando 90° na direção leste).

A figura 1.11 ilustra este plano.

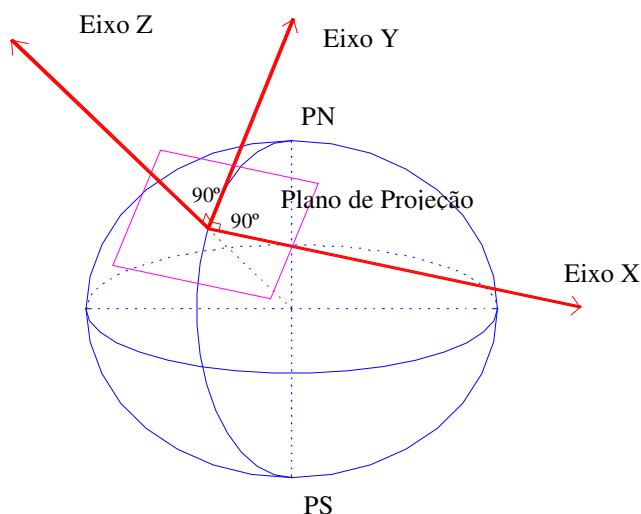


Figura 1.11 - Plano em Topografia.

Em alguns casos, o eixo Y pode ser definido por uma direção notável do terreno, como o alinhamento de uma rua, por exemplo, (figura 1.12).

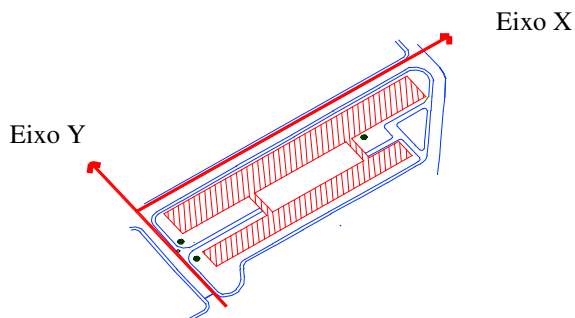


Figura 1.12 - Eixos definidos por uma direção notável.

1.3.4.1 - Efeito da Curvatura na Distância e Altimetria

A seguir é demonstrado o efeito da curvatura nas distâncias e na altimetria. Na figura 1.13 tem-se que S é o valor de uma distância considerada sobre a Terra esférica e S' a projeção desta distância sobre o plano topográfico.

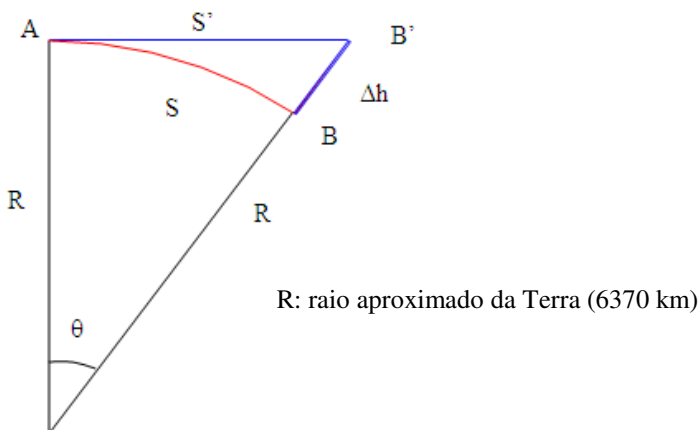


Figura 1.13 - Efeito da curvatura para a distância.

A diferença entre S' e S será dada por:

$$\Delta S = S' - S \quad (1.3)$$

Calculando S e S' e substituindo na equação (1.3) tem-se:

$$S' = R \operatorname{tg} \theta \quad (1.4)$$

$$S = R \theta \quad (1.5)$$

$$\Delta S = R \operatorname{tg} \theta - R \theta \quad (1.6)$$

$$\Delta S = R (\operatorname{tg} \theta - \theta) \quad (1.7)$$

Desenvolvendo $\operatorname{tg} \theta$ em série e utilizando somente os dois primeiros termos:

$$\operatorname{tg} \theta = \theta + \frac{\theta^3}{3} + \frac{2\theta^5}{15} + \dots \quad (1.8)$$

$$\Delta S = R \left(\theta + \frac{\theta^3}{3} - \theta \right) \quad (1.9)$$

Onde $\theta = S/R$, logo:

$$\Delta S = R \frac{\theta^3}{3} \quad (1.10)$$

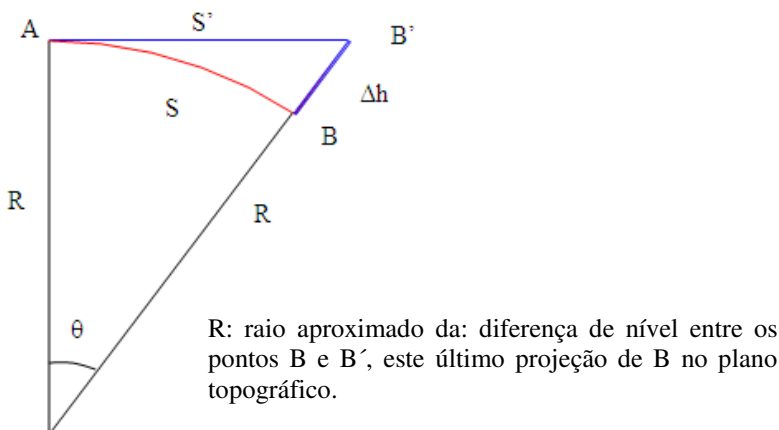
$$\Delta S = \frac{S^3}{3R^2} \quad (1.11)$$

A tabela 1.1 apresenta valores de erros absolutos e relativos para um conjunto de distâncias.

Tabela 1.1 - Efeito da curvatura para diferentes distâncias.

S (km)	Δs
1	0,008 mm
10	8,2 mm
25	12,8 cm
50	1,03 m
70	2,81 m

Analisando agora o efeito da curvatura na altimetria, de acordo com a figura 1.11.

**Figura 1.14 - Efeito da curvatura na altimetria.**

Através da figura 1.11 é possível perceber que:

$$\cos \theta = \frac{R}{R + \Delta h} \quad (1.12)$$

Isolando Δh na equação anterior:

$$\Delta h = R \cdot \left(\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right) \quad (1.13)$$

De acordo com CINTRA (1996), desenvolvendo em série $1/\cos \theta$ e considerando que:

$$\theta = \frac{S}{R} \quad (1.14)$$

Tem-se:

$$\Delta h = \frac{R \cdot \theta^2}{2} \quad (1.15)$$

$$\Delta h = \frac{S^2}{2 \cdot R} \quad (1.16)$$

A tabela 1.2 apresenta o efeito da curvatura na altimetria para diferentes distâncias.

Tabela 1.2 - Efeito da curvatura na altimetria.

S	Δh
100m	0,8 mm
500m	20 mm
1 km	78 mm
10 km	7,8 m
70 km	384,6 m

Como pode ser observado através das tabelas 1.1 e 1.2, o efeito da curvatura é maior na altimetria que na planimetria. Durante os levantamentos altimétricos alguns cuidados são tomados para minimizar este efeito, como será visto nos capítulos posteriores.

1.4 - Classificação dos Erros de Observação

Para representar a superfície da Terra são efetuadas medidas de grandezas como direções, distâncias e desníveis. Estas observações inevitavelmente estarão afetadas por erros. As fontes de erro poderão ser:

- *Condições ambientais*: causados pelas variações das condições ambientais, como vento, temperatura, etc. Exemplo: variação do comprimento de uma trena com a variação da temperatura.

- *Instrumentais*: causados por problemas como a imperfeição na construção de equipamento ou ajuste do mesmo. A maior parte dos erros instrumentais pode ser reduzida adotando técnicas de verificação/retificação, calibração e classificação, além de técnicas particulares de observação.

- *Pessoais*: causados por falhas humanas, como falta de atenção ao executar uma medição, cansaço, etc.

Os erros, causados por estes três elementos apresentados anteriormente, poderão ser classificados em:

- Erros grosseiros
- Erros sistemáticos
- Erros aleatórios

1.4.1 - Erros Grosseiros

Causados por engano na medição, leitura errada nos instrumentos, identificação de alvo, etc., normalmente relacionados com a desatenção do observador ou uma falha no equipamento. Cabe ao observador cercar-se de cuidados para evitar a sua ocorrência ou detectar a sua presença. A repetição de leituras é uma forma de evitar erros grosseiros.

Alguns exemplos de erros grosseiros:

- Anotar 196 ao invés de 169;
- Engano na contagem de lances durante a medição de uma distância com trena.

1.4.2 - Erros Sistemáticos

São aqueles erros cuja magnitude e sinal algébrico podem ser determinados, seguindo leis matemáticas ou físicas. Pelo fato de serem produzidos por causas conhecidas podem ser evitados através de técnicas particulares de observação ou mesmo eliminados mediante a aplicação de fórmulas específicas. São erros que se acumulam ao longo do trabalho.

Exemplo de erros sistemáticos, que podem ser corrigidos através de fórmulas específicas:

- Efeito da temperatura e pressão na medição de distâncias com medidor eletrônico de distância;
- Correção do efeito de dilatação de uma trena em função da temperatura.

Um exemplo clássico apresentado na literatura, referente a diferentes formas de eliminar e ou minimizar erros sistemáticos é o posicionamento do nível a igual distância entre as miras durante o nivelamento geométrico pelo método das visadas iguais, o que proporciona a minimização do efeito da curvatura terrestre no nivelamento e falta de paralelismo entre a linha de visada e eixo do nível tubular.

1.4.3 - Erros Acidentais ou Aleatórios

São aqueles que permanecem após os erros anteriores terem sido eliminados. São erros que não seguem nenhum tipo de lei e ora ocorrem num sentido ora noutro, tendendo a se neutralizar quando o número de observações é grande.

De acordo com GEMAEL (1991, p.63), quando o tamanho de uma amostra é elevado, os erros acidentais apresentam uma distribuição de frequência que muito se aproxima da distribuição normal.

1.4.3.1 - Peculiaridade dos Erros Acidentais

- Erros pequenos ocorrem mais freqüentemente do que os grandes, sendo mais prováveis;
- Erros positivos e negativos do mesmo tamanho acontecem com igual freqüência, ou são igualmente prováveis;
- A média dos resíduos é aproximadamente nula;
- Aumentando o número de observações, aumenta a probabilidade de se chegar próximo ao valor real.

Exemplo de erros acidentais:

- Inclinação da baliza na hora de realizar a medida;

- Erro de pontaria na leitura de direções horizontais.

1.4.4 - Precisão e Acurácia

A precisão está ligada a repetibilidade de medidas sucessivas feitas em condições semelhantes, estando vinculada somente a efeitos aleatórios.

A acurácia expressa o grau de aderência das observações em relação ao seu valor verdadeiro, estando vinculada a efeitos aleatórios e sistemáticos. A figura 1.15 ilustra estes conceitos.

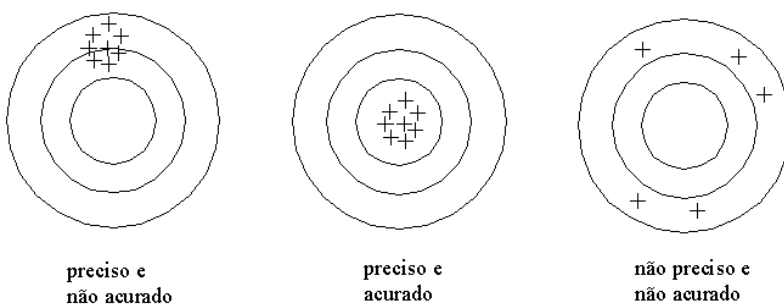


Figura 1.15 - Precisão e acurácia.

O seguinte exemplo pode ajudar a compreender a diferença entre eles: um jogador de futebol está treinando cobranças de pênalti. Ele chuta a bola 10 vezes e nas 10 vezes acerta a trave do lado direito do goleiro. Este jogador foi extremamente preciso. Seus resultados não apresentaram nenhuma variação em torno do valor que se repetiu 10 vezes. Em compensação sua acurácia foi nula. Ele não conseguiu acertar o gol, “verdadeiro valor”, nenhuma vez.

2 - REVISÃO MATEMÁTICA

Neste capítulo é realizada uma revisão de unidades e trigonometria, necessária para o estudo dos próximos temas a serem abordados.

2.1 - Unidades de Medida

2.1.1 - Medida de Comprimento (metro)

A origem do metro ocorreu em 1791 quando a Academia de Ciências de Paris o definiu como unidade padrão de comprimento. Sua dimensão era representada por 1/10.000.000 de um arco de meridiano da Terra.

Em 1983, a Conferência Geral de Pesos e Medidas estabeleceu a definição atual do “metro” como a distância percorrida pela luz no vácuo durante o intervalo de tempo de 1/299.792.458 s.

O metro é uma unidade básica para a representação de medidas de comprimento no sistema internacional (SI).

Tabela 2.1 - Prefixos.

Nome	Valor Numérico	Símbolo	Nome	Valor Numérico	Símbolo
Deca	10^1	da	deci	10^{-1}	d
Hecto	10^2	H	centi	10^{-2}	c
Kilo	10^3	K	mili	10^{-3}	m
Mega	10^6	M	micro	10^{-6}	μ
Giga	10^9	G	nano	10^{-9}	n
Tera	10^{12}	T	pico	10^{-12}	p

2.1.2 - Medida Angular

2.1.2.1 - Radiano

Um radiano é o ângulo central que subtende um arco de circunferência de comprimento igual ao raio da mesma. É uma unidade suplementar do SI para ângulos planos.

$$2\pi R \text{ — } 360^\circ \quad \text{arco} = R = \text{raio} \quad (2.1)$$

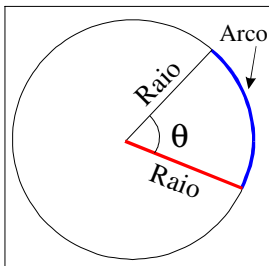


Figura 2.1 - Representação de um arco de ângulo.

2.1.2.2 - Unidade Sexagesimal

Grau

1 grau = 1/360 da circunferência

grau	°	$1^\circ = (\pi / 180) \text{ rad}$
minuto	'	$1' = 1^\circ / 60 = (\pi / 10800) \text{ rad}$
segundo	''	$1'' = 1^\circ / 3600 = (\pi / 648000) \text{ rad}$

2.1.2.3 - Unidade Decimal

Grado

1 grado = 1/400 da circunferência

Um grado é dividido em 100' e cada minuto tem 100''.

2.1.2.4 - Exercícios**1) Transformação de ângulos:**

Transforme os seguintes ângulos em graus, minutos e segundos para graus e frações decimais de grau.

$$a) \quad 32^\circ 28' 59'' = 32,48305556^\circ$$

$$b) \quad 17^\circ 34' 18,3'' = 17,57175^\circ$$

$$c) \quad 125^\circ 59' 57'' = 125,9991667^\circ$$

$$d) \quad 200^\circ 08' 06'' = 200,135^\circ$$

2) Soma e subtração de ângulos:

$$30^\circ 20' + 20^\circ 52' =$$

$$\begin{array}{r} 30^\circ 20' \\ + 20^\circ 52' \\ \hline 50^\circ 72' \end{array} \rightarrow 51^\circ 12'$$

$$28^\circ 41' + 39^\circ 39' =$$

$$\begin{array}{r} 28^\circ 41' \\ + 39^\circ 39' \\ \hline 67^\circ 80' \end{array} \rightarrow 68^\circ 20'$$

$$42^\circ 30' - 20^\circ 40' =$$

$$\begin{array}{r} 42^\circ 30' \\ - 20^\circ 40' \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 41^\circ 90' \\ - 20^\circ 40' \\ \hline 21^\circ 50' \end{array} \rightarrow 21^\circ 50'$$

OBS: é comum, utilizando a calculadora, obter resultados com várias casas decimais, neste caso, recomenda-se o arredondamento. Por exemplo:

$$\begin{array}{rcl} 30^{\circ}20' & & 30,33333333^{\circ} \\ - \underline{20^{\circ}52'} & \rightarrow & - \underline{20,86666666^{\circ}} \\ 21^{\circ}50' & & 9,56666666^{\circ} \end{array} \rightarrow$$

$$= 9^{\circ} 27' 59,999999'' = 9^{\circ} 28'$$

Já para a transformação de graus decimais para graus, minutos e segundos, é necessário manter um mínimo de 6 casas decimais para obter o décimo do segundo com segurança.

3) Cálculo de funções trigonométricas utilizando uma calculadora

Ao aplicar as funções trigonométricas (seno, cosseno e tangente), com uma calculadora, o ângulo deve estar em *graus e frações de graus* ou *radianos*, sendo que neste último caso, a calculadora deve estar configurada para radianos. Por exemplo:

Para o ângulo $22^{\circ} 09' 04''$, calcular o valor do seno, cosseno e tangente:

1º) transformar para graus decimais ou radianos:

$$22^{\circ} 09' 04'' = 22,1511111^{\circ} = 0,386609821864 \text{ rad}$$

2º) aplicar a função trigonométrica desejada:

$$\text{sen}(22,1511111^{\circ}) = \text{sen}(0,386609821864 \text{ rad}) = 0,377050629$$

$$\text{cos}(22,1511111^{\circ}) = \text{cos}(0,386609821864 \text{ rad}) = 0,926192648$$

$$\text{tg}(22,1511111^{\circ}) = \text{tg}(0,386609821864 \text{ rad}) = 0,407097411$$

Ao aplicar-se a função sem a transformação do ângulo pode-se incorrer em erros nos cálculos futuros, como é possível observar no exemplo a seguir.

Para o ângulo $\alpha = 22^\circ 09' 04''$ calculando-se o valor da função seno sem converter o valor do ângulo, obtém-se:

$$\text{sen}(22,0904) = 0,376069016$$

Já transformando-o para graus decimais obtém-se:

$$\text{sen}(22,1511111^\circ) = 0,377050629$$

Considerando uma distância de 300 m, entre um vértice de uma poligonal e um ponto de detalhe qualquer, pode-se observar a seguinte diferença no valor de Δx calculado.

$$\Delta x = 300 \times \text{sen}(22,0904) = 300 \times 0,376069016 \rightarrow \Delta x = 112,821 \text{ m}$$

$$\Delta x = 300 \times \text{sen}(22,1511111) = 300 \times 0,377050629 \rightarrow \Delta x = 113,115 \text{ m}$$

Logo, uma diferença de **29,4 cm**.

2.2 - Revisão de Trigonometria Plana

A trigonometria teve origem na Grécia, em virtude dos estudos das relações métricas entre os lados e os ângulos de um triângulo, provavelmente com o objetivo de resolver problemas de navegação, Agrimensura e Astronomia.

2.2.1 - Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo

A soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° . A partir da figura 2.2 podem ser estabelecidas as seguintes relações:

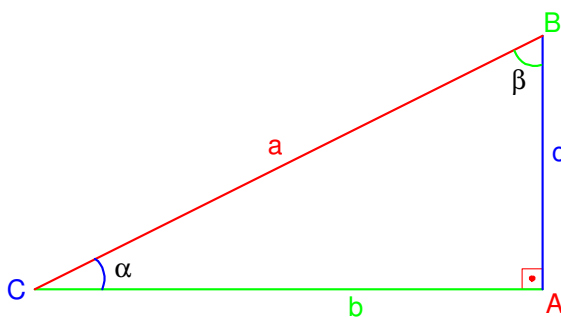


Figura 2.2 - Triângulo retângulo.

Seno

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{Cateto Oposto } (c)}{\text{Hipotenusa } (a)}$$

Cosseno

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{Cateto Adjacente } (b)}{\text{Hipotenusa } (a)}$$

Tangente

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{Cateto Oposto } (c)}{\text{Cateto Adjacente } (b)}$$

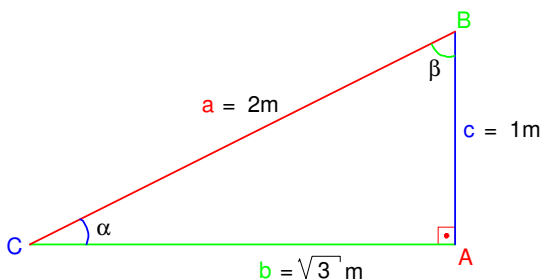
2.2.2 - Teorema de Pitágoras

“O quadrado do comprimento da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos.”

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad (2.2)$$

2.3 - Exercícios

1) No triângulo abaixo, determinar as relações solicitadas.



$$\text{sen } \alpha = \frac{1 \text{ m}}{2 \text{ m}} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \beta = \frac{1 \text{ m}}{2 \text{ m}} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3} \text{ m}}{2 \text{ m}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

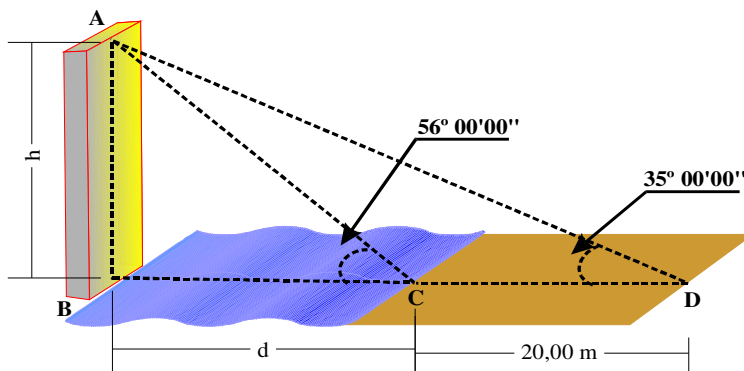
$$\text{sen } \beta = \frac{\sqrt{3} \text{ m}}{2 \text{ m}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{1 \text{ m}}{\sqrt{3} \text{ m}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

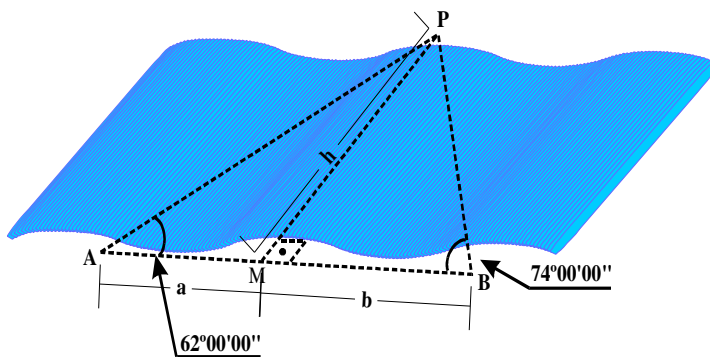
$$\text{tg } \beta = \frac{\sqrt{3} \text{ m}}{1 \text{ m}} = \sqrt{3}$$

Obs.: É importante lembrar que as funções trigonométricas são adimensionais, ou seja, para qualquer unidade que esteja sendo utilizada, elas sempre se simplificarão como pode ser visto no exemplo acima.

2) Um observador na margem de um rio vê o topo de uma torre na outra margem segundo um ângulo de $56^{\circ}00'00''$. Afastando-se de 20,00m, o mesmo observador vê a mesma torre segundo um ângulo de $35^{\circ}00'00''$. Calcule a largura do rio (CEFET, 1984).

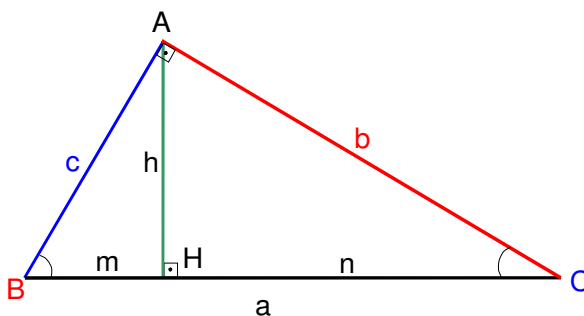


3) Para determinar a largura de um rio, um topógrafo mediu, a partir de uma base de 20,00 m de comprimento os ângulos em A e B, conforme figura. Calcule valor de h .



2.4 - Relações Métricas com o Triângulo Retângulo

Para um triângulo retângulo ABC pode-se estabelecer algumas relações entre as medidas de seus elementos:



Onde:

b, c: catetos;

h: altura relativa à hipotenusa;

a: hipotenusa;

m, n: projeções ortogonais dos catetos sobre a hipotenusa.

As seguintes relações métricas podem ser definidas:

a) O quadrado de um cateto é igual ao produto da hipotenusa pela projeção desse cateto sobre a hipotenusa.

$$b^2 = a \times n$$

$$c^2 = a \times m$$

b) O produto dos catetos é igual ao produto da hipotenusa pela altura relativa à hipotenusa.

Luis A. K. Veiga/Maria A. Z. Zanetti/Pedro L. Faggion

$$b \times c = a \times h$$

c) O quadrado da altura é igual ao produto das projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

$$h^2 = m \times n$$

d) O quadrado da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos catetos.

$$a^2 = b^2 + c^2 \text{ (Teorema de Pitágoras)}$$

2.5 - Exercício

A partir da primeira relação métrica, deduzir o Teorema de Pitágoras.

$$b^2 = a \times n$$

$$c^2 = a \times m$$

$$b^2 + c^2 = a \times m + a \times n$$

$$b^2 + c^2 = a \times (m + n)$$

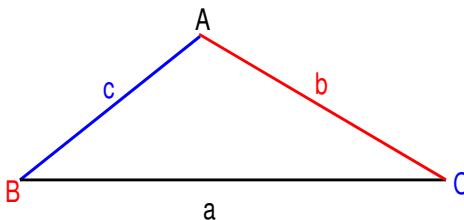
$$\text{Como } (m + n) = a$$

$$b^2 + c^2 = a \times (a) \quad \text{ou} \quad b^2 + c^2 = a^2$$

2.6 - Triângulo Qualquer

2.6.1 - Lei dos Senos

“Num triângulo qualquer a razão entre cada lado e o seno do ângulo oposto é constante e igual ao diâmetro da circunferência circunscrita”.



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad (2.3)$$

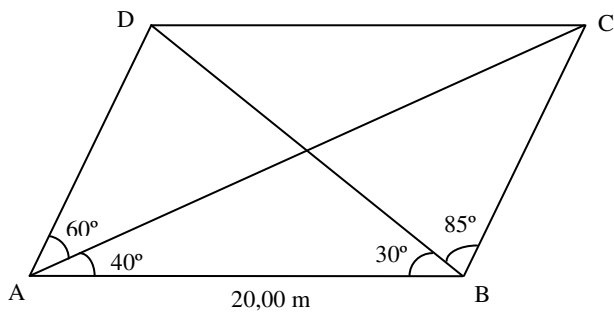
2.6.2 - Lei dos Cossenos

“Num triângulo qualquer, o quadrado da medida de um lado é igual à soma dos quadrados das medidas dos outros dois, menos o dobro do produto das medidas dos dois lados pelo cosseno do ângulo que eles formam”.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \times b \times c \times \cos A \quad (2.4)$$

2.7 - Exercício

Um topógrafo, a partir dos pontos A e B, distantes de 20 m, realiza a medição dos ângulos horizontais a duas balizas colocadas em D e C, com o auxílio de um teodolito. Calcule a distância entre as balizas (CEFET, 1984).



DC = ?

3 - ESCALAS

É comum em levantamentos topográficos a necessidade de representar no papel certa porção da superfície terrestre. Para que isto seja possível, teremos que representar as feições levantadas em uma escala adequada para os fins do projeto. De forma simples, podemos definir escala com sendo a relação entre o valor de uma distância medida no desenho e sua correspondente no terreno. A NBR 8196 (Emprego de escalas em desenho técnico: procedimentos) define escala como sendo a relação da dimensão linear de um elemento e/ou um objeto apresentado no desenho original para a dimensão real do mesmo e/ou do próprio objeto.

Normalmente são empregados três tipos de notação para a representação da escala:

$$E = \frac{1}{M} \quad (3.1)$$

$$E = \frac{d}{D} \quad (3.2)$$

$$\frac{1}{M} = \frac{d}{D} \quad (3.3)$$

Onde:

M = denominador da escala;

d = distância no desenho;

D = distância no terreno.

Por exemplo, se uma feição é representada no desenho com um centímetro de comprimento e sabe-se que seu comprimento no terreno é de 100 metros, então a escala de representação utilizada é de 1:10.000. Ao utilizar a fórmula (3.2) para o cálculo da escala deve-se ter o cuidado de transformar as distâncias para a mesma unidade. Por exemplo:

$$d = 5 \text{ cm}$$

$$E = \frac{5\text{cm}}{0,5\text{km}} = \frac{5\text{cm}}{50.000\text{cm}} = \frac{1}{10.000}$$

$$D = 0,5 \text{ km}$$

As escalas podem ser de redução (1:n), ampliação (n:1) ou naturais (1:1). Em Topografia as escalas empregadas normalmente são: 1:250, 1:200, 1:500 e 1:1000. Logicamente que não é algo rígido e estes valores dependerão do objetivo do desenho.

Uma escala é dita grande quando apresenta o denominador pequeno (por exemplo, 1:100, 1:200, 1:50, etc.). Já uma escala pequena possui o denominador grande (1:10.000, 1:500.000, etc.).

O valor da escala é adimensional, ou seja, não tem dimensão (unidade). Escrever 1:200 significa que uma unidade no desenho equivale a 200 unidades no terreno. Assim, 1 cm no desenho corresponde a 200 cm no terreno ou 1 milímetro do desenho corresponde a 200 milímetros no terreno. Como as medidas no desenho são realizadas com uma régua, é comum estabelecer esta relação em centímetros:

<i>Desenho</i>	<i>Terreno</i>
1 cm	200 cm
1 cm	2 m
1 cm	0,002 km

É comum medir-se uma área em um desenho e calcular-se sua correspondente no terreno. Isto pode ser feito da seguinte forma: Imagina-se um desenho na escala 1:50. Utilizando esta escala faz-se um desenho de um quadrado de 2 x 2 unidades (u), não interessa qual é esta unidade. A figura 3.1 apresenta este desenho.

A área do quadrado no desenho (A_d) será:

$$A_d = 2u \times 2u \qquad A_d = 4u^2 \qquad (3.4)$$

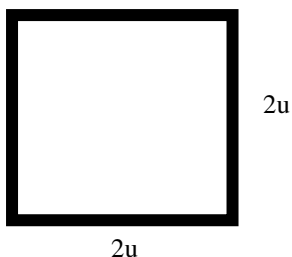


Figura 3.1 - Quadrado 2u x 2u.

A área do quadrado no terreno (A_t) será então:

$$A_t = (50 \times 2u) \times (50 \times 2u)$$

$$A_t = (2 \times 2) \times (50 \times 50) u^2$$

$$A_t = 4u^2 \times (50 \times 50) \quad (3.5)$$

Substituindo a equação (3.4) na (3.5) e lembrando que $M=50$ é o denominador da escala, a área do terreno, em função da área medida no desenho e da escala é dada pela equação (3.6).

$$A_t = A_d \times M^2 \quad (3.6)$$

3.1 - Principais Escalas e suas Aplicações

A seguir encontra-se uma tabela com as principais escalas utilizadas por engenheiros e as suas respectivas aplicações.

Tabela 3.1 - Principais escalas e suas aplicações

Aplicação	Escala
Detalhes de terrenos urbanos	1:50
Planta de pequenos lotes e edifícios	1:100 e 1:200
Planta de arruamentos e loteamentos urbanos	1:500 e 1:1000
Planta de propriedades rurais	1:1000 1:2000 1:5000
Planta cadastral de cidades e grandes propriedades rurais ou industriais	1:5000 1:10 000 1:25 000
Cartas de municípios	1:50 000 1:100 000
Mapas de estados, países, continentes ,etc.	1:200 000 a 1:10 000 000

3.2 - Exercícios

- 1) Qual das escalas é maior 1:1 000 000 ou 1:1000?
- 2) Qual das escalas é menor 1:10 ou 1:1000?
- 3) Determinar o comprimento de um rio onde a escala do desenho é de 1:18000 e o rio foi representado por uma linha com 17,5 cm de comprimento.

$$E = 1:18\,000$$

$$d = 17,5 \text{ cm}$$

$$E = \frac{d}{D} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{18000} = \frac{17,5 \text{ cm}}{D}$$

$$D = 17,5 \times 18\,000$$

$$D = 315\,000 \text{ cm ou } 3150 \text{ m}$$

4) Determinar qual a escala de uma carta sabendo-se que distâncias homólogas na carta e no terreno são, respectivamente, 225 mm e 4,5 km.

5) Com qual comprimento uma estrada de 2500 m será representada na escala 1:10000?

6) Calcular o comprimento no desenho de uma rua com 30 m de comprimento nas escalas abaixo.

<i>Escala</i>	<i>Comprimento</i>
<i>1:100</i>	
<i>1:200</i>	
<i>1:250</i>	
<i>1:500</i>	
<i>1:1000</i>	

7) Um lote urbano tem a forma de um retângulo, sendo que o seu comprimento é duas vezes maior que a sua altura e sua área é de $16.722,54 \text{ m}^2$. Calcular os comprimentos dos lados se esta área fosse representada na escala 1:10 560. (Adaptado de Irvine s.d.)

8) As dimensões de um terreno foram medidas em uma carta e os valores obtidos foram 250 mm de comprimento por 175 mm de largura. Sabendo-se que a escala do desenho é de 1:2000, qual é a área do terreno em m^2 ?

9) Se a avaliação de uma área resultou em 2575 cm^2 para uma escala de 1:500, a quantos metros quadrados corresponderá a área no terreno?

3.3 - Erro de Gráficos (eg)

O erro de gráfico (eg) é uma função da acuidade visual, habilidade manual e qualidade do equipamento de desenho. De acordo com a NBR 13133 (Execução de Levantamentos Topográficos), o erro de gráfico admissível na elaboração do desenho topográfico para lançamento de pontos e traçados de linhas é de 0,2 mm e equivale a duas vezes a acuidade visual.

Em função deste valor é possível definir o valor da *precisão da escala* (*pe*), ou seja, o menor valor representável em verdadeira grandeza, em uma escala.

$$pe = eg \times M \quad (3.7)$$

A tabela a seguir, ilustra o valor da precisão da escala (*pe*) para diferentes escalas.

Tabela 3.2 - Representação da precisão da escala.

Escala	<i>pe</i>
1:10.000	2m
1:2000	40cm
1:1000	20cm
1:500	10cm
1:250	5cm

Em casos onde é necessário representar elementos com dimensões menores que as estabelecidas pela precisão da escala, podem ser utilizados símbolos. A figura 3.2 apresenta exemplos de símbolos empregados em levantamentos topográficos.



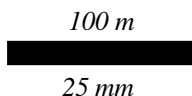
Figura 3.2 - Símbolos utilizados para representar feições.

3.4 - A Escala Gráfica

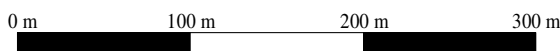
A escala gráfica é utilizada para facilitar a leitura de um mapa, consistindo-se em um segmento de reta dividido de modo a mostrar graficamente a relação entre as dimensões de um objeto no desenho e no terreno. Segundo JOLY (1996) é um ábaco formado por uma linha graduada dividida em partes iguais, cada uma delas representando a unidade de comprimento escolhida para o terreno ou um dos seus múltiplos.

Para a construção de uma escala gráfica a primeira coisa a fazer é conhecer a escala do mapa. Por exemplo, seja um mapa na escala 1:4000. Deseja-se desenhar um retângulo no mapa que corresponda a 100 metros no terreno. Aplicando os conhecimentos mostrados anteriormente deve-se desenhar um retângulo com 2,5 centímetros de comprimento:

$$\frac{1}{M} = \frac{d}{D} \qquad \frac{1}{4000} = \frac{d}{10.000} \qquad d = 2,5\text{cm}$$



Isto já seria uma escala gráfica, embora bastante simples. É comum desenhar-se mais que um segmento (retângulo), bem como indicar qual o comprimento no terreno que este segmento representa, conforme mostra a figura a seguir.



No caso anterior determinou-se que a escala gráfica seria graduada de 100 em 100 metros. Também é possível definir o tamanho do retângulo no desenho, como por exemplo, 1 centímetro.

? m
1 cm

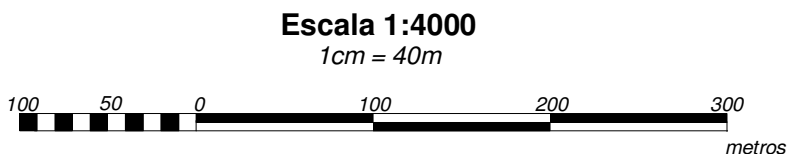
0m 40 m 80 m 120m

1:4000 $\rightarrow$ 1cm = 40 m

Existe também uma parte denominada de talão, que consiste em intervalos menores, conforme mostra a figura abaixo.



Uma forma para apresentação final da escala gráfica é apresentada a seguir.



4 - NORMALIZAÇÃO

4.1 - Introdução

A Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) é o órgão responsável pela normalização técnica no país, tendo sido fundada em 1940 para fornecer a base necessária ao desenvolvimento tecnológico brasileiro. A normalização é o processo de estabelecer e aplicar regras a fim de abordar ordenadamente uma atividade específica e com a participação de todos os interessados e, em particular, de promover a otimização da economia, levando em consideração as condições funcionais e as exigências de segurança. Os objetivos da normalização são (ABNT, 2003):

- **Economia:** proporcionar a redução da crescente variedade de produtos e procedimentos;
- **Comunicação:** proporcionar meios mais eficientes para a troca de informações entre o fabricante e o cliente, melhorando a confiabilidade das relações comerciais e serviços;
- **Segurança:** proteger a vida humana e a saúde;
- **Proteção ao consumidor:** prover a sociedade de meios eficazes para aferir a qualidade dos produtos;
- **Eliminação de barreiras técnicas e comerciais:** evitar a existência de regulamentos conflitantes sobre produtos e serviços em diferentes países, facilitando assim, o intercâmbio comercial.

Através do processo de normalização são criadas as normas. As normas da ABNT são classificadas em sete tipos diferentes (BIBVIRT, 2003):

- **Procedimento:** orientam a maneira correta para a utilização de materiais e produtos, execução de cálculos e projetos, instalação de máquinas e equipamentos e realização do controle de produtos;
- **Especificação:** fixam padrões mínimos de qualidade para produtos;
- **Padronização:** fixam formas, dimensões e tipos de produtos;
- **Terminologia:** definem os termos técnicos aplicados a materiais, peças e outros artigos;
- **Simbologia:** estabelecem convenções gráficas para conceitos, grandezas, sistemas, etc.;

- **Classificação:** ordenam, distribuem ou subdividem conceitos ou objetos, bem como critérios a serem adotados;
- **Método de ensaio:** determinam a maneira de se verificar a qualidade das matérias-primas e dos produtos manufaturados.

As normas da ABNT têm caráter nacional. Outros países têm seus próprios órgãos responsáveis pela normalização, como a ANSI (*American National Standards Institute* -EUA) e DIN (*Deutsches Institut für Normung* - Alemanha). Existem também associações internacionais, como a ISO (*International Organization for Standardization*), fundada em 1946. A figura 4.1 ilustra os logotipos da ABNT e ISO.

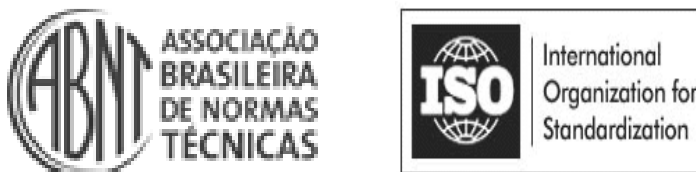


Figura 4.1 - Logotipo ANBT e ISO.

Alguns exemplos de normas da ABNT são apresentados a seguir:

NBR 10068 - Folha de desenho - leiaute e dimensões
NBR 8196 - Desenho técnico - emprego de escalas
NBR 10647 - Desenho técnico - Norma geral
NBR 10124 - Trena de fibra - fibra natural ou sintética
NBR 14166 - Rede de referência cadastral municipal - procedimento
NBR 13133 - Execução de levantamento topográfico

Um exemplo de norma ISO é a ISO 17123-1 (*Optics and optical instruments - Field procedures for testing geodetic instruments and surveying instruments - Part 1: Theory*).

Particularmente na Topografia são de interesse as normas NBR 13133 e NBR 14166.

4.2 - NBR 13133 - Execução de Levantamentos Topográficos

Esta norma, datada de maio de 1994, fixa as condições exigíveis para a execução de levantamentos topográficos destinados a obter (ABNT, 1994, p.1):

- Conhecimento geral do terreno: relevo, limites, confrontantes, área, localização, amarração e posicionamento;
- Informações sobre o terreno destinadas a estudos preliminares de projeto;
- Informações sobre o terreno destinadas a anteprojetos ou projeto básicos;
- Informações sobre o terreno destinadas a projetos executivos.

Também é objetivo desta norma estabelecer condições exigíveis para a execução de um levantamento topográfico que devem compatibilizar medidas angulares, medidas lineares, medidas de desníveis e as respectivas tolerâncias em função dos erros, relacionando métodos, processos e instrumentos para a obtenção de resultados compatíveis com a destinação do levantamento, assegurando que a propagação dos erros não exceda os limites de segurança inerentes a esta destinação (ABNT, 1994, p.1). Esta norma está dividida nos seguintes itens:

Objetivos e documentos complementares;

- Definições: onde são apresentadas as definições adotadas pela norma, como por exemplo, definições de croqui, exatidão, erro de graficismo, etc.;
- Aparelhagem: instrumental básico e auxiliar e classificação dos instrumentos;
- Condições gerais: especificações gerais para os trabalhos topográficos;
- Condições específicas: referem-se apenas às fases de apoio topográfico e de levantamento de detalhes que são as mais importantes em termos de definição de sua exatidão;
- Inspeção do levantamento topográfico;
- Aceitação e rejeição: condições de aceitação ou rejeição dos produtos nas diversas fases do levantamento topográfico;

- Anexos: exemplos de cadernetas de campo e monografias, convenções topográficas e procedimento de cálculo de desvio padrão de uma observação em duas posições da luneta, através da DIN 18723.

4.3 - NBR 14166 - Rede de Referência Cadastral Municipal

O objetivo desta norma é fixar as condições exigíveis para a implantação e manutenção de uma Rede Cadastral Municipal. Esta norma é válida desde setembro de 1998. De acordo com ABNT (1998, p.2), a destinação desta Rede Cadastral Municipal é:

- Apoiar e elaboração e a atualização de plantas cadastrais municipais;
- Amarrar, de um modo geral, todos os serviços de Topografia, visando as incorporações às plantas cadastrais do município;
- Referenciar todos os serviços topográficos de demarcação, de anteprojeto, de projetos, de implantação e acompanhamento de obras de engenharia em geral, de urbanização, de levantamentos de obras como construídas e de cadastros imobiliários para registros públicos e multifinalitários.

Esta norma está dividida nos seguintes itens:

- **Referências** normativas: contém disposições que, ao serem citadas no texto da norma, constituem prescrições para a mesma;
- **Definições**: são apresentadas definições, como a de altura geométrica, alinhamento de via ou alinhamento predial, etc.;
- **Estruturação e classificação da Rede de Referência Cadastral**: seqüência de operações que devem ser observadas para a estruturação e implantação da Rede de Referência;
- **Requisitos gerais**;
- **Requisitos específicos**;
- **Inspeção**: itens para inspeção dos trabalhos de implantação e manutenção da rede;
- **Aceitação** e rejeição;

Além disto, apresenta anexos tratando das fórmulas para transformação de coordenadas geodésicas em coordenadas plano-

retangulares no Sistema Topográfico Local, cálculo da convergência meridiana a partir de coordenadas geodésicas e plano-retangulares no Sistema Topográfico Local e modelo de instrumento legal para a oficialização da Rede de Referência Cadastral Municipal.

5 - MEDIÇÃO DE DISTÂNCIAS

5.1 - Medida Direta de Distâncias

A medida de distâncias de forma direta ocorre quando a mesma é determinada a partir da comparação com uma grandeza padrão, previamente estabelecida, através de trenas ou diastímetros.

5.1.1 - Trena de Fibra de Vidro

A trena de fibra de vidro é feita de material resistente (produto inorgânico obtido do próprio vidro por processos especiais). A figura 5.1 ilustra alguns modelos de trenas. Estes equipamentos podem ser encontrados com ou sem envólucro, os quais podem ter o formato de uma cruzeta, ou forma circular e sempre apresentam distensores (manoplas) nas suas extremidades. Seu comprimento varia de 20 a 50 m (com envólucro) e de 20 a 100 m (sem envólucro). Comparada à trena de lona, deforma menos com a temperatura e a tensão, não se deteriora facilmente e é resistente à umidade e a produtos químicos, sendo também bastante prática e segura.

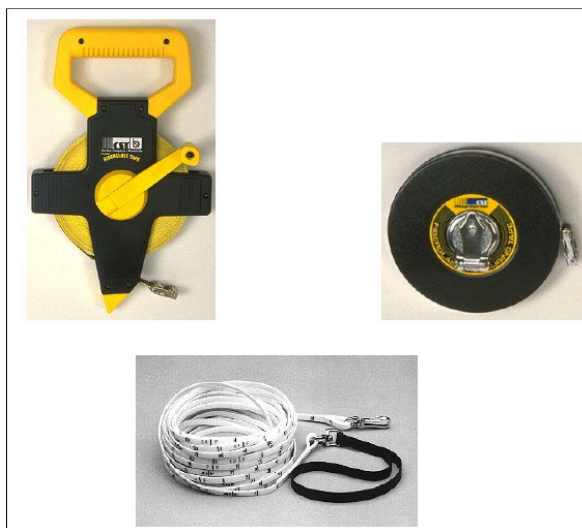


Figura 5.1 - Modelos de trenas.

Durante a medição de uma distância utilizando uma trena, é comum o uso de alguns acessórios como: piquetes, estacas testemunhas, balizas e níveis de cantoneira.

5.1.2 - Piquetes

Os piquetes são necessários para marcar convenientemente os extremos do alinhamento a ser medido. Estes apresentam as seguintes características:

- fabricados de madeira roliça ou de seção quadrada com a superfície no topo plana;
- assinalados (marcados) na sua parte superior com tachinhas de cobre, pregos ou outras formas de marcações que sejam permanentes;
- comprimento variável de 15 a 30 cm (depende do tipo de terreno em que será realizada a medição);
- diâmetro variando de 3 a 5 cm;
- é cravado no solo, porém, parte dele (cerca de 3 a 5 cm) deve permanecer visível, sendo que sua principal função é a materialização de um ponto topográfico no terreno.

5.1.3 - Estacas Testemunhas

São utilizadas para facilitar a localização dos piquetes, indicando a sua posição aproximada. Estas normalmente obedecem as seguintes características:

- cravadas próximas ao piquete, cerca de 30 a 50 cm;
- comprimento variável de 15 a 40 cm;
- diâmetro variável de 3 a 5 cm;
- chanfradas na parte superior para permitir uma inscrição, indicando o nome ou número do piquete. Normalmente a parte chanfrada é cravada voltada para o piquete, figura 5.2.

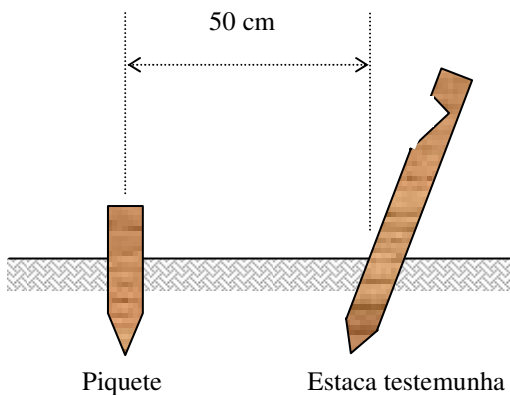


Figura 5.2 - Representação da implantação de um piquete e estaca testemunha.

5.1.4 - Balizas

São utilizadas para manter o alinhamento, na medição entre pontos, quando há necessidade de se executar vários lances, figura 5.3.

Características:

- construídas em madeira ou ferro, arredondado, sextavado ou oitavado;
- terminadas em ponta guarnecida de ferro;
- comprimento de 2 m;
- diâmetro variável de 16 a 20 mm;
- pintadas em cores contrastantes (branco e vermelho ou branco e preto) para permitir que sejam facilmente visualizadas à distância;

Devem ser mantidas na posição vertical, sobre o ponto marcado no piquete, com auxílio de um nível de cantoneira.



Figura 5.3 - Exemplos de balizas.

5.1.5 - Nível de Cantoneira

Equipamento em forma de cantoneira e dotado de bolha circular que permite ao auxiliar segurar a baliza na posição vertical sobre o piquete ou sobre o alinhamento a medir, figura 5.4.



Figura 5.4 - Nível de cantoneira.

5.1.6 - Cuidados na Medida Direta de Distâncias

A qualidade com que as distâncias são obtidas depende, principalmente de:

- acessórios;
- cuidados tomados durante a operação, tais como:
- manutenção do alinhamento a medir;
- horizontalidade da trena;
- tensão uniforme nas extremidades.

A tabela 5.1 apresenta a precisão que é obtida quando se utiliza trena em um levantamento, considerando-se os efeitos da tensão, temperatura, horizontalidade e alinhamento.

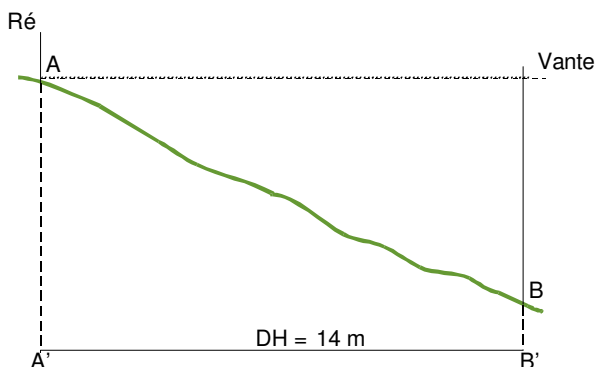
Tabela 5.1 - Precisão das trenas.

Trena	Precisão
Fita e trena de aço	1cm/100m
Trena plástica	5cm/100m
Trena de lona	25cm/100m

5.1.7 - Métodos de Medida com Trena

5.1.7.1 - Lance Único

Na medição da distância horizontal entre os pontos A e B, procura-se, na realidade, medir a projeção de AB no plano horizontal, resultando na medição de A'B', figura 5.5.

**Figura 5.5 - Medida de distância em lance único.**

Na figura 5.6 é possível identificar a medição de uma distância horizontal utilizando uma trena, bem como a distância inclinada e o desnível entre os mesmos pontos.



Figura 5.6 - Exemplo de medição direta de distância com trena.

5.1.7.2 - Vários Lances - Pontos Visíveis

Quando não é possível medir a distância entre dois pontos utilizando somente uma medição com a trena (quando a distância entre os dois pontos é maior que o comprimento da trena), costuma-se dividir a distância a ser medida em partes, chamadas de lances. A distância final entre os dois pontos será a somatória das distâncias de cada lance. A execução da medição utilizando lances é descrita a seguir.

Analisando a figura 5.7, o balizeiro de ré (posicionado em A) orienta o balizeiro intermediário, cuja posição coincide com o final da trena, para que este se mantenha no alinhamento AB.

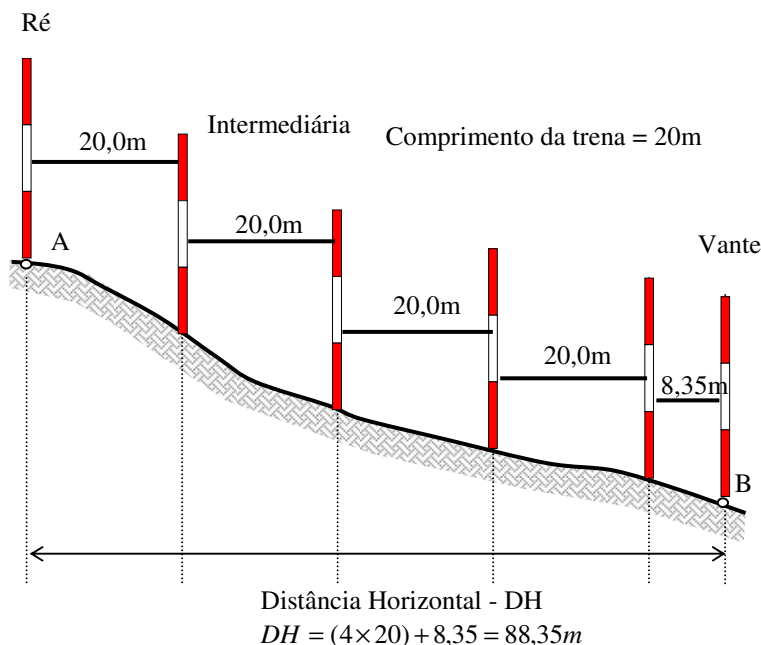


Figura 5.7 - Medida de distância em vários lances.

Depois de executado o lance, o balizeiro intermediário marca o final da trena com uma ficha (haste metálica com uma das extremidades em forma de cunha e a outra em forma circular). O balizeiro de ré, então, ocupa a posição do balizeiro intermediário, e este, por sua vez, ocupará nova posição ao final do diastímetro. Repete-se o processo de deslocamento das balizas (ré e intermediária) e de marcação dos lances até que se chegue ao ponto B.

É de máxima importância que, durante a medição, os balizeiros se mantenham sobre o alinhamento AB.

5.1.8 - Erros na Medida Direta de Distâncias

Dentre os erros que podem ser cometidos na medida direta de distância, destacam-se:

- erro relativo ao comprimento nominal da trena;

- erro de catenária;

- falta de verticalidade da baliza (figura 5.8) quando posicionada sobre o ponto do alinhamento a ser medido, o que provoca encurtamento ou alongamento deste alinhamento. Este erro é evitado utilizando-se um nível de cantoneira.

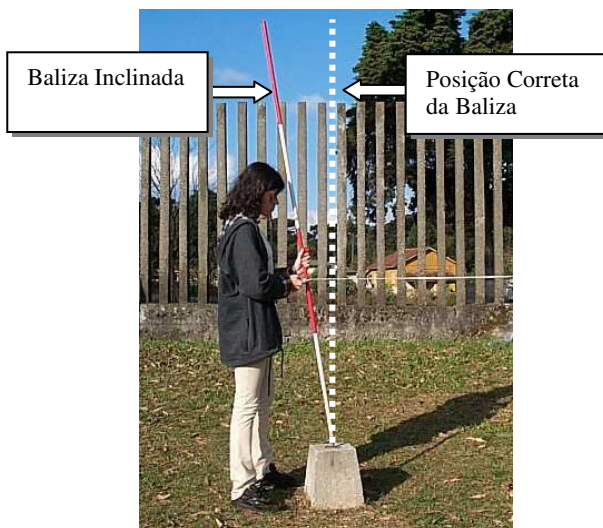


Figura 5.8 - Falta de verticalidade da baliza.

5.2 - Medidas Indiretas de Distâncias

Uma distância é medida de maneira indireta, quando no campo são observadas grandezas que se relacionam com esta, através de modelos matemáticos previamente conhecidos. Ou seja, é necessário realizar alguns cálculos sobre as medidas efetuadas em campo, para se obter indiretamente o valor da distância.

5.2.1 - Taqueometria ou Estadimetria

As observações de campo são realizadas com o auxílio de teodolitos. Os teodolitos serão descritos com mais propriedade no capítulo Medidas de Ângulos.

Com o teodolito realiza-se a medição do ângulo vertical ou ângulo zenital (figura 5.9), o qual, em conjunto com as leituras efetuadas, será utilizado no cálculo da distância.

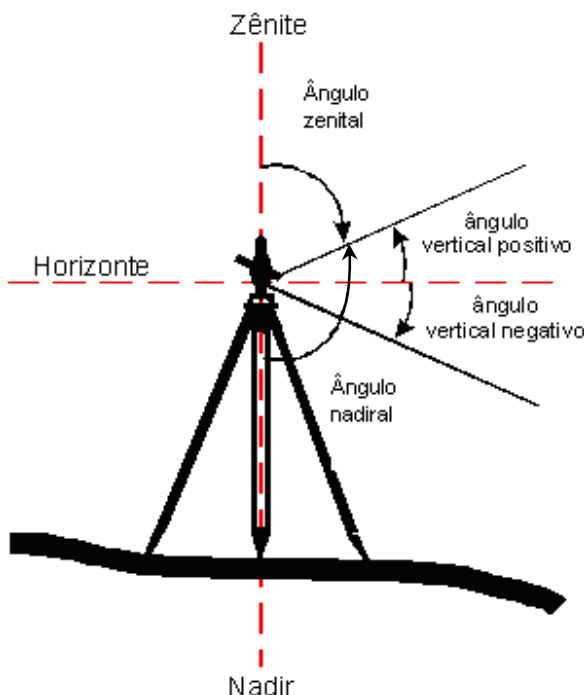


Figura 5.9 - Exemplo de um teodolito.

As estádias, ou miras estadimétricas são réguas graduadas centimetricamente, ou seja, cada espaço branco ou preto (figura 5.10) corresponde a um centímetro. Os decímetros são indicados ao lado da escala centimétrica (no caso do exemplo a seguir o número 1 corresponde a 1 decímetro, ou 10 cm), localizados próximo ao meio do decímetro correspondente (5 cm). A escala métrica é indicada com

pequenos círculos localizados acima da escala decimétrica, sendo que o número de círculos corresponde ao número de metros (utilizando a figura 5.10 como exemplo, acima do número 1 são representados três círculos, então, esta parte da mira está aproximadamente a três metros do chão).

Na estadia são efetuadas as leituras dos fios estadimétricos (superior e inferior). Para o exemplo da figura 5.10 estas leituras são:

Superior: 3,095m

Médio: 3,067m

Inferior: 3,040m

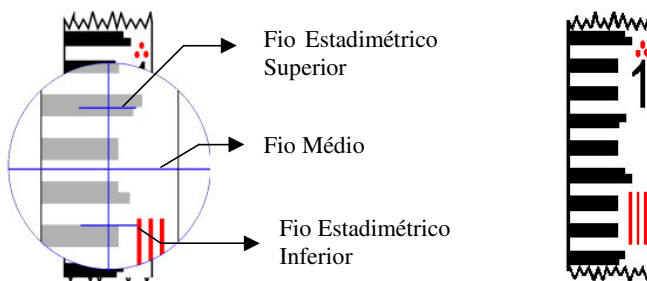


Figura 5.10 - Mira estadimétrica.

5.2.1.1 - Formulário Utilizado

Na dedução da fórmula para o cálculo da distância através de taqueometria é necessário adotar uma mira fictícia, já que a mira real não está perpendicular à linha de visada (figura 5.10). Tal artifício é necessário para poder se efetuar os cálculos e chegar à fórmula desejada.

Adotando-se:

Ângulo Zenital: Z ;

Ângulo Vertical: V ;

Distância Horizontal: D_h ;

Distância Inclinada: D_i ;

Número Gerador da Mira Real: G (G = Leitura Superior - Leitura Inferior);

Número Gerador da Mira Fictícia: G' .

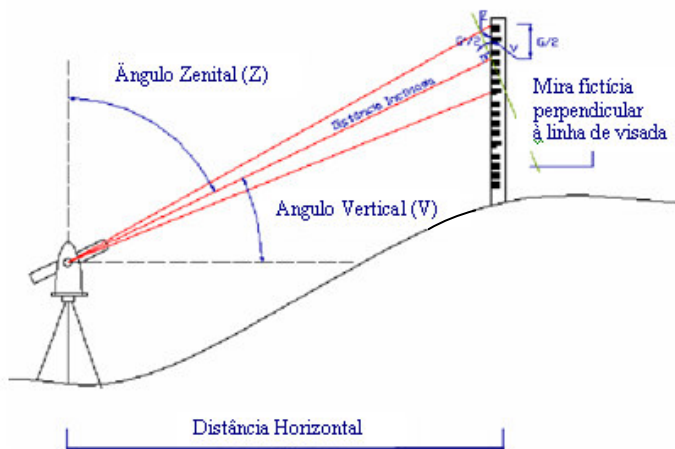


Figura 5.11 - Determinação da distância utilizando estadiometria.

Sabe-se que $\text{sen } \alpha = \text{cateto oposto} / \text{hipotenusa}$

Da figura 5.11 obtém-se:

$$\text{sen}Z = (G' / 2) / (G / 2) \quad (5.1)$$

$$G' = G \times \text{sen}Z \quad (5.2)$$

$$\text{sen}Z = D_h / D_i \quad (5.3)$$

$$D_h = D_i \times \text{sen}Z \quad (5.4)$$

Sabendo-se que para obter a distância utiliza-se a fórmula:

$$D_i = G' \times K \quad (5.5)$$

Onde K é a constante estadimétrica do instrumento, definida pelo fabricante e geralmente igual a 100.

$$Di = G \times \text{sen } Z \times K \quad (5.6)$$

$$Dh = G \times \text{sen } Z \times K \times \text{sen } Z \quad (5.7)$$

Chega-se a:

$$Dh = G \times K \times \text{sen}^2 Z \quad (5.8)$$

Seguindo o mesmo raciocínio para o ângulo vertical, chega-se a:

$$Dh = G \times K \times \cos^2 V \quad (5.9)$$

5.2.2 - Medição Eletrônica de Distâncias

A medição de distâncias na Topografia e na Geodésia, sempre foi um problema, devido ao tempo necessário para realizá-la e também devido à dificuldade de se obter boa precisão.

Baseados no princípio de funcionamento do RADAR, surgiram em 1948 os Geodímetros e em 1957 os Telurômetros, os primeiros equipamentos que permitiram a medida indireta das distâncias, utilizando o tempo e a velocidade de propagação da onda eletromagnética.

Em 1968 surgiu o primeiro distanciômetro óptico-eletrônico. O princípio de funcionamento é simples e baseia-se na determinação do tempo t que leva a onda eletromagnética para percorrer a distância, de ida e volta, entre o equipamento de medição e o refletor (Figura 5.12).

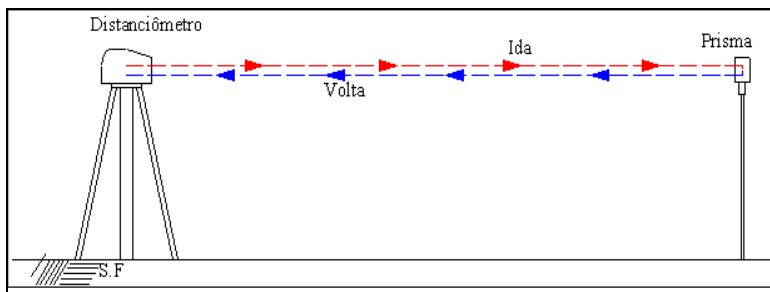


Figura 5.12 - Princípio de medida de um MED.

A equação aplicável a este modelo é:

$$2D = c \times \Delta t \quad (5.10)$$

c : Velocidade de propagação da luz no meio;

D : Distância entre o emissor e o refletor;

Δt : Tempo de percurso do sinal.

Logo, para obter a distância AB , usando esta metodologia é necessário conhecer a velocidade de propagação da luz no meio e o tempo de deslocamento do sinal.

Não é possível determinar-se diretamente a velocidade de propagação da luz no meio, em campo. Em virtude disso, utiliza-se a velocidade de propagação da mesma onda no vácuo e o índice de refração no meio de propagação (n), para obter este valor.

Este índice de refração é determinado em ensaios de laboratório durante a fabricação do equipamento, para um determinado comprimento de onda, pressão atmosférica e temperatura.

A velocidade de propagação da luz no vácuo (C_0) é uma constante física obtida por experimentos, e sua determinação precisa é um desafio constante para físicos e até mesmo para o desenvolvimento de Medidores Eletrônicos de Distância (MED) de alta precisão RÜEGER, (1990, p.06).

De posse dos parâmetros, C_0 e n , a velocidade de propagação da onda eletromagnética no meio (C), é dada por:

$$C = C_0 / n \quad (5.11)$$

Outro parâmetro necessário para determinação da distância é o tempo de deslocamento do sinal. Atualmente não existem cronômetros para uso em campo capazes de determinar este tempo uma vez que o mesmo é pequeno e o desvio admissível na medida é da ordem de 10^{-12} s. Para perceber esta dificuldade, apresenta-se a seguir um exemplo com base no tempo gasto por uma onda eletromagnética para percorrer uma distância de 1km e retornar a unidade emissora do sinal. Isolando t na equação (5.10), obtém-se a seguinte expressão:

$$t = 2D / c \quad (5.12)$$

Considerando que a velocidade de propagação da luz no vácuo é cerca de 300.000 km/s e aplicando-a na equação 5.12, obtém-se:

$$D = 1 \text{ km}$$

$$t = (2 \times 1 \text{ km}) / (3 \times 10^5 \text{ km/s})$$

$$t = (2 / 3) \times 10^{-5}$$

$$t = 6 \times 10^{-6} \text{ s}$$

Assim sendo, para um distanciômetro garantir a precisão nominal de 1 km, o tempo deve ser medido com a precisão da ordem de 6×10^{-6} s. Continuando com a mesma analogia para um distanciômetro garantir a precisão de 1 cm deve-se medir o tempo com precisão de 6×10^{-11} s.

Como já foi dito, inexistem cronômetros práticos com tal precisão, inviabilizando a utilização desta técnica. A alternativa encontrada foi relacionar a variação de tempo com a variação da fase do sinal de medida.

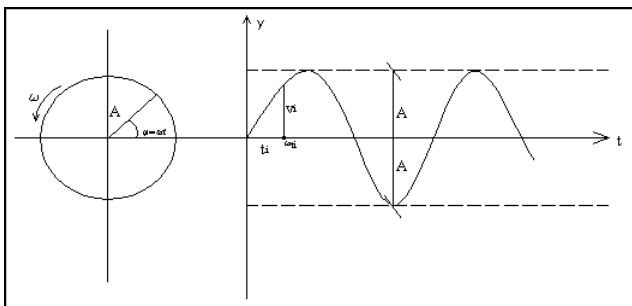


Figura 5.13 - Representação da função trigonométrica envolvida em um sistema de coordenadas polares e retangulares.

(Fonte: Adaptado de RÜEGER, 1996).

Os elementos que caracterizam a onda eletromagnética (figura 5.13) são a amplitude (A), a velocidade angular (ω), a frequência (ϕ), o ângulo de fase (ϕ) e o tempo de percurso do sinal (t).

A relação entre o tempo de deslocamento de um sinal e o ângulo de fase deste mesmo sinal é apresentada com base na figura 5.13 e no desenvolvimento a seguir.

$$y = A \times \text{sen}(\phi) \quad (5.13)$$

ou

$$y = A \times \text{sen}(\omega t), \quad (5.14)$$

Como

$$\phi = \omega \times t \quad (5.15)$$

e

$$\omega = 2\pi \times f \quad (5.16)$$

Então a equação (5.14) é reescrita como:

$$y = A \text{ sen}(2\pi f t) \quad (5.17)$$

O efeito de uma variação de fase ($\Delta\varphi$) é igual a uma variação de tempo (Δt), para o mesmo sinal. Utilizando as equações (5.13) e (5.14) estas variações ficam assim expressas:

$$y = A \times \text{sen}[\omega(\Delta t + t)] \quad (5.18)$$

ou

$$y = A \times \text{sen}(\Delta\varphi + \varphi), \quad (5.19)$$

Onde:

Δt = Variação do tempo;

$\Delta\varphi$ = Variação de fase.

Na figura 5.14 apresenta-se uma variação de tempo Δt , a qual percebe-se que é igual à variação de fase $\Delta\varphi$, para uma onda de período T. Esta variação também pode ser expressa pela seguinte equação:

$$\Delta\varphi = \Delta t \times \omega \quad (5.20)$$

ou

$$\Delta t = \Delta\varphi / 2\pi f \quad (5.21)$$

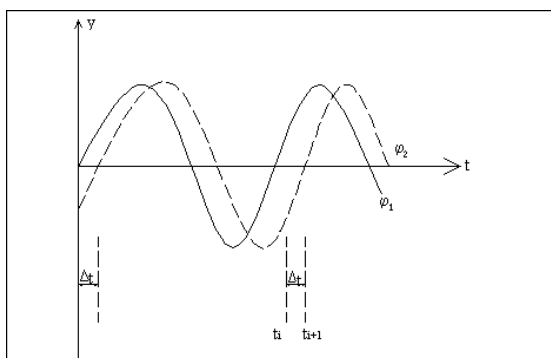


Figura 5.14 - Dois sinais senoidais com a mesma amplitude e fases diferentes.

(Fonte: Adaptado de RÜEGER, 1996).

Na figura 5.14, admitindo $i = 1$, a equação (5.18) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$t_2 - t_1 = (\varphi_2 - \varphi_1) / 2\pi f \quad (5.22)$$

Substituindo as equações (5.11) e (5.22) na equação (5.10), obtém-se a seguinte equação para a distância:

$$D = Co \times (\varphi_2 - \varphi_1) / 4\pi \times f \times n \quad (5.23)$$

A equação (5.23) apresenta a forma encontrada para determinar a distância (figura 5.14), considerando a variação da fase do sinal de medida ao invés da variação do tempo de deslocamento deste mesmo sinal.

A devolução do sinal de medida, nos MEDs, pode ser feita de três maneiras: reflexão total, superfície especular e reflexão difusa.

a) Reflexão Total - Utilizado por equipamentos com portadora Infravermelho, e para portadoras LASER quando utilizadas para medidas de grandes distâncias (figura 5.15)

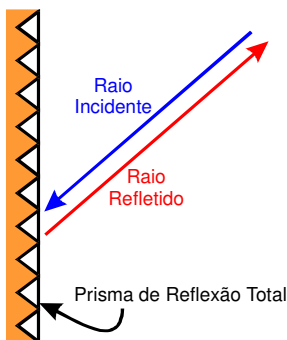


Figura 5.15 - Modelo de prisma de reflexão total.
(Fonte: FAGGION,1999).

Este tipo de refletor é mais conhecido como refletor de canto, formado por três faces ortogonais. Sua principal característica consiste na devolução do sinal independentemente do ângulo de incidência ao incidir no refletor. O mesmo retorna paralelamente.

Nesta estrutura encaixam-se também as fitas adesivas utilizadas em rodovias para sinalização, conhecidas popularmente como

“olhos-de-gato”. Estes modelos são econômicos e eficientes, porém só proporcionam boas respostas para distâncias curtas. Tais sistemas podem ser utilizados na locação de máquinas industriais e como alvos permanentes para controle de estruturas.

b) Superfície Espelhada - pode ser utilizado em casos específicos, como para posicionamento em três dimensões de pontos onde não é possível realizar uma visada direta (figura 5.16).

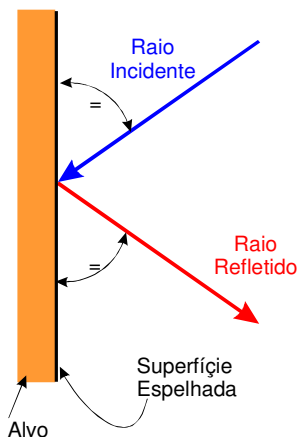


Figura 5.16 - Alvo de reflexão através de superfície espelhada.
(Fonte: FAGGION, 1999).

Como pode ser visto na figura 5.16, a característica deste alvo consiste em refletir o raio incidente com o mesmo ângulo de incidência. A aplicação deste tipo de alvo na distanciometria é muito restrita.

c) Reflexão difusa - Este princípio de reflexão está sendo muito explorado pelos fabricantes de estações totais que utilizam diodos LASER (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation - Amplificação de Luz por Emissão Estimulada de Radiação) para gerar a onda portadora.

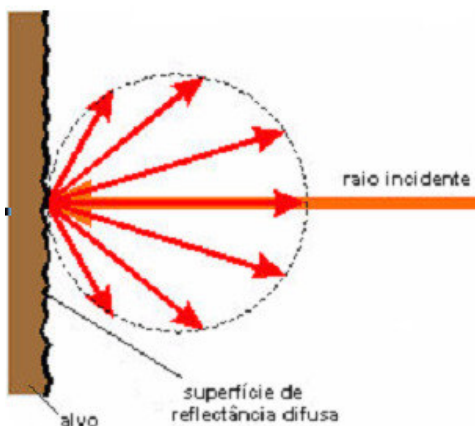


Figura 5.17 - Alvo de reflexão difusa.

(Fonte: FAGGION, 1999).

O Laser é uma fonte de luz coerente, ou seja, com todos seus fótons em fase, logo com incidência bem localizada. Tal fato possibilita a utilização do princípio da reflexão difusa para realizar medidas de pequenas distâncias sem o processo da reflexão total, ou seja, a utilização de um refletor de canto. Tal fato só é possível tendo em vista que pelo menos uma porção do sinal refletido retorna paralelo ao sinal emitido (figura 5.17). Tendo em vista este fato, é possível determinar o tempo de deslocamento do sinal até o anteparo e retorno ao emissor.

O sinal de medida é modulado e enviado até o refletor ou superfície refletora, que materializa o outro extremo da distância que se deseja medir e retorna à origem. Nesse momento é necessário separar a onda portadora da moduladora, ou seja, realizar a demodulação do sinal recebido para que se possa comparar a fase de retorno com a fase de emissão, no caso dos equipamentos que utilizam portadora infravermelho, ou determinar o tempo de deslocamento do sinal para os equipamentos que utilizam LASER como portadora.

5.2.2.1 - Correções Ambientais das Distâncias Obtidas com MED

Como visto anteriormente, a velocidade de propagação da luz utilizada para determinar a distância entre dois pontos, é a velocidade de propagação da luz no vácuo, tendo em vista que é a única passível de ser determinada por procedimentos físicos. Porém, nos trabalhos de levantamentos nos interessa a velocidade de propagação da luz onde está sendo realizada a medição. Para efetuar esta transformação, os fabricantes dos Medidores Eletrônicos de Distância (MED) determinam o índice de refração em laboratório. Mesmo assim, continua sendo necessária a medida de temperatura, umidade relativa do ar e pressão atmosférica no momento das observações, e com estes parâmetros realiza-se a correção particular para o local de operação.

As variações nas condições atmosféricas causam um aumento ou diminuição na velocidade de propagação da onda eletromagnética e provocam, conseqüentemente, os erros sistemáticos nas medidas das distâncias. A maioria das estações totais permite a aplicação desta correção em tempo real obtendo-a das seguintes maneiras (RÜEGER, 1996):

- a) utilizando o ábaco que acompanha o manual do equipamento onde as informações necessárias para se obter a correção em parte por milhão (ppm) são a temperatura e a pressão;
- b) utilizando as fórmulas que acompanham o manual do equipamento, neste caso as informações necessárias são a temperatura, pressão e umidade relativa;
- c) utilizando as fórmulas adotadas pela UGGI (União Geodésica e Geofísica Internacional);
- d) utilizando as fórmulas apresentadas por RÜEGER (1996, p.80), para redução de medidas obtidas em levantamentos de alta precisão.

A diferença entre os valores da correção obtida com os três conjuntos de fórmulas está na casa do centésimo do milímetro. Tendo em vista este aspecto, será apresentada a seguir, a correção meteorológica para uma distância utilizando o formulário apresentado

no manual da estação total TC2002 e a correção para a mesma distância utilizando o ábaco.

A equação apresentada pelo manual do equipamento é a seguinte (WILD TC2002, 1994, p.24-9):

$$\Delta D_1 = 281,8 - \left[\frac{0,29065 \times P}{(1 + \alpha \times t)} - \frac{4,126 \times 10^{-4} \times h}{(1 + \alpha \times t)} \times 10^x \right] \quad (5.24)$$

Onde:

ΔD_1 = Correção atmosférica em ppm;

P = Pressão atmosférica (mbar);

t = Temperatura ambiente (°C);

h = Umidade relativa (%);

α = 1/273,16.

$$x = \frac{7,5 \times t}{237,3 + t} + 0,7857 \quad (5.25)$$

Normalmente nas últimas páginas do manual do equipamento encontra-se o ábaco utilizado para a correção atmosférica. Neste caso, os argumentos de entrada são a temperatura e a pressão. Na figura 5.18, apresenta-se um ábaco retirado do manual da estação total TC2002.

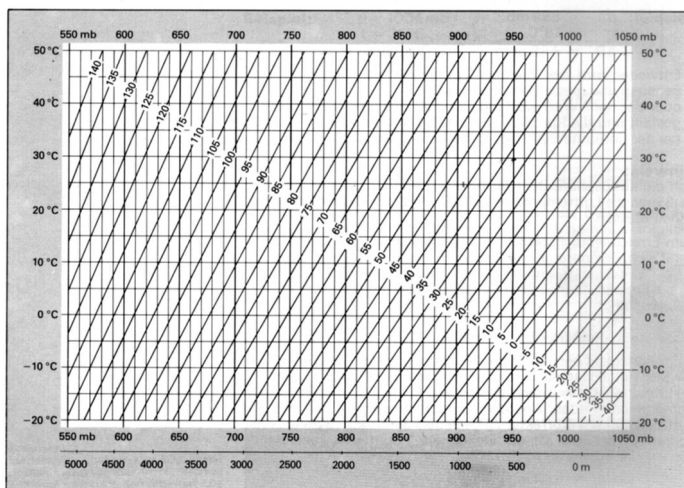


Figura 5.18 - Ábaco utilizado para a obtenção da correção ambiental.

Fonte: WILD TC2002, 1994. p 113.

5.2.2.1.1 - Exemplos

A partir das informações dadas a seguir, calcular o valor da correção meteorológica a ser aplicada na distância medida.

Temperatura (t) = 25,0 °C

Pressão Atmosférica (p) = 920,0 mbar

Umidade Relativa (h) = 56 %

a) Obtenção da Correção Utilizando Formulário

$$X = ((7,5 \times 25,0) / (237,3 + 25,0)) + 0,7857$$

$$X = 1,5005$$

$$\Delta D_1 = 281,8 - \left[\frac{0,29065 \times P}{(1 + \alpha \times t)} - \frac{4,126 \times 10^{-4} \times h}{(1 + \alpha \times t)} \times 10^x \right]$$

$$\Delta D_1 = 281,8 - [a - b]$$

onde:

$$a = (0,29065 \times 920,0 / (1 + 0,00366 \times 25,0))$$

$$b = ((4,126 \times 10^{-4} \times 56) / (1 + 0,00366 \times 25,0)) \times 10^{1,5005}$$

$$\Delta D_1 = 281,8 - [244,9773 - 0,67017]$$

$$\Delta D_1 = 37,49 \text{ ppm (parte por milhão)}$$

b) Obtenção da correção utilizando o Ábaco

Utilizando as mesmas informações apresentadas anteriormente calcular o valor da correção utilizando o ábaco (figura 5.19).

Temperatura (t) = 25,0 °C

Pressão Atmosférica (p) = 920,0 mbar

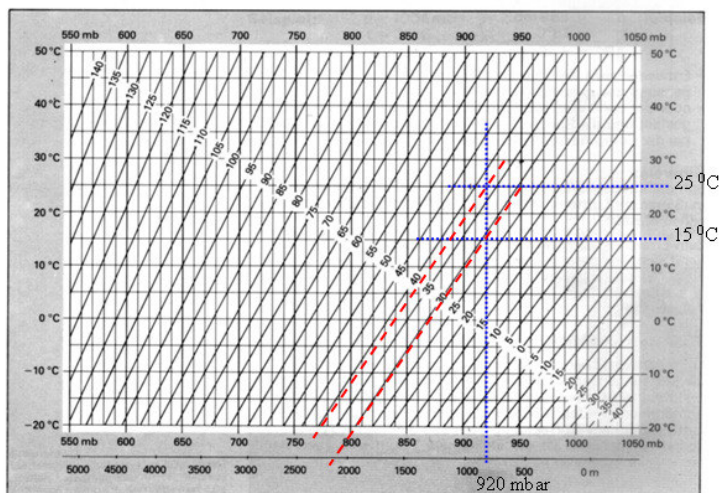


Figura 5.19 - Ábaco utilizado para a obtenção da correção ambiental.

Fonte: WILD TC 2002, 1994.

$$\Delta D_1 = 37,0 \text{ ppm}$$

Aplicando valores para as correções encontradas para uma distância de 800 m chega-se às seguintes distâncias corrigidas:

Para o valor obtido através da equação

$$\begin{array}{lcl} 1000,00 \text{ m} & \longrightarrow & 37,49 \text{ mm} \\ 800,00 \text{ m} & \longrightarrow & x \text{ mm} \end{array}$$

$$x = (800,00 \times 37,49) / 1000,00$$

$$x = 29,99 \text{ mm, arredondando para a primeira casa decimal } 30,0 \text{ mm}$$

Logo a distância corrigida das condições ambientais é de 800,030 m.

Para o valor obtido com o Ábaco.

$$\begin{array}{lcl} 1000,00 \text{ m} & \longrightarrow & 37,00 \text{ mm} \\ 800,00 \text{ m} & \longrightarrow & x \text{ mm} \end{array}$$

$$x = (800,00 \times 37,50) / 1000,00$$

$$x = 30,00 \text{ mm}$$

Neste caso a distância corrigida das condições ambientais é de 800,030 m. Como é possível perceber, não existe diferença significativa entre as duas formas utilizadas.

6 - MEDIÇÃO DE DIREÇÕES

6.1 - Ângulos Horizontais e Verticais

Uma das operações básicas em Topografia é a medição de ângulos horizontais e verticais. Na realidade, no caso dos ângulos horizontais, direções são medidas em campo, e a partir destas direções são calculados os ângulos (figura 6.1). Para a realização destas medições emprega-se um equipamento denominado de teodolito.

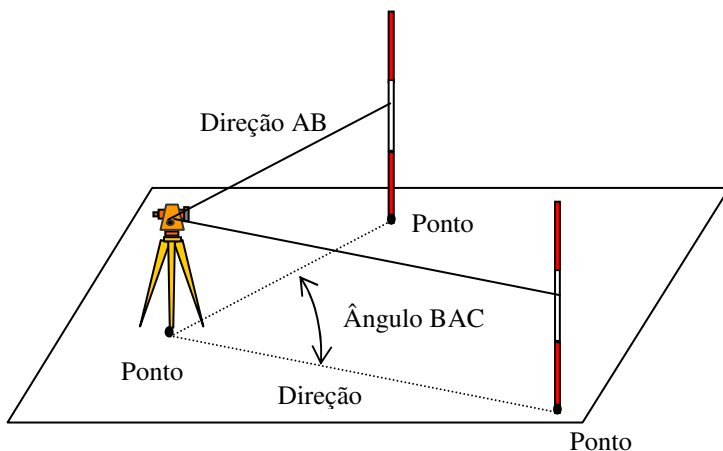


Figura 6.1 - Leitura de direções e cálculo do ângulo.

Algumas definições importantes:

- Ângulo horizontal: ângulo formado por dois planos verticais que contêm as direções formadas pelo ponto ocupado e os pontos visados (figura 6.2). É medido sempre na horizontal, razão pela qual o teodolito deve estar devidamente nivelado.

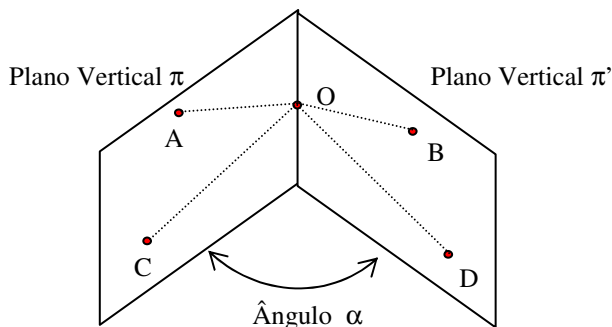


Figura 6.2 - Ângulo horizontal.

Conforme pode ser visto na figura 6.2, o ângulo entre as direções AO-OB e CO-OD é o mesmo, face que os pontos A e C estão no mesmo plano vertical π e B e D no plano π' . Em campo, quando da colimação ao ponto que define a direção de interesse, deve-se tomar o cuidado de apontar o retículo vertical exatamente sobre o ponto, visto que este é que define plano vertical.

Sempre que possível a pontaria deve ser realizada o mais próximo possível do ponto (figura 6.3), para evitar erros na leitura, principalmente quando se está utilizando uma baliza, a qual deve estar perfeitamente na vertical.

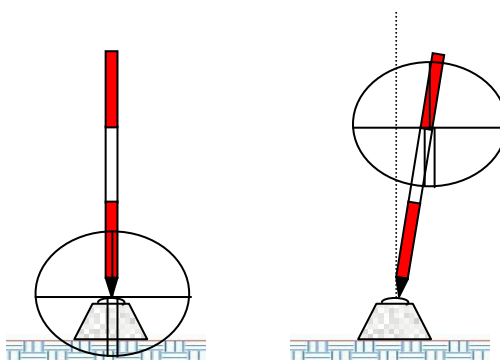


Figura 6.3 - Pontaria para leitura de direções horizontais.

- Ângulo vertical (V): é o ângulo formado entre a linha do horizonte (plano horizontal) e a linha de visada, medido no plano vertical que contém os pontos (figura 6.4). Varia de 0° a $+90^\circ$ (acima do horizonte) e 0° a -90° (abaixo do horizonte).

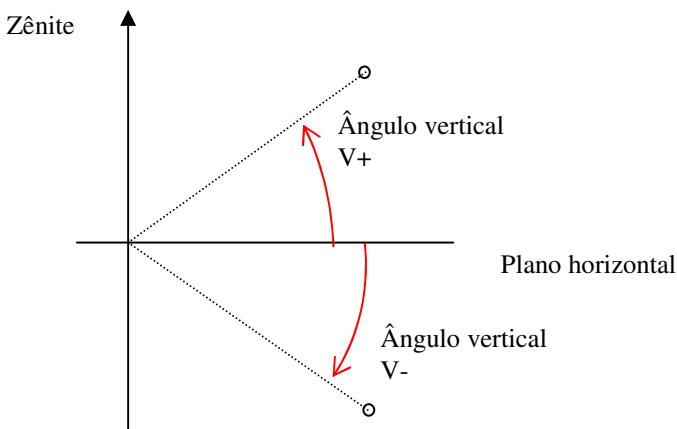


Figura 6.4 - Ângulo vertical.

- Ângulo zenital (Z): ângulo formado entre a vertical do lugar (zênite) e a linha de visada (figura 6.5). Varia de 0° a 180° , sendo a origem da contagem o zênite.

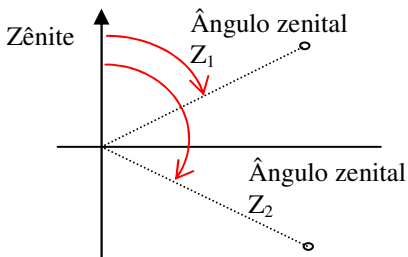


Figura 6.5 - Ângulo zenital.

A relação entre o ângulo zenital e vertical é dada pela equação (6.1).

$$Z + v = 90^\circ \quad (6.1)$$

A figura 6.6 resume a questão do ângulo horizontal e zenital.

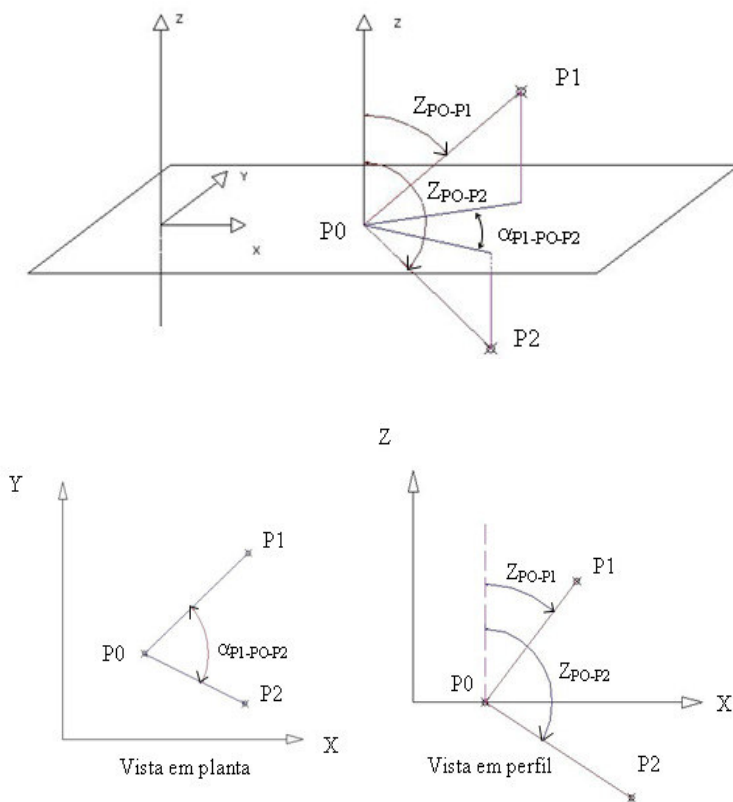


Figura 6.6 - Ângulos horizontal e zenital.

Fonte: Adaptado de KAMEN; FAIG, 1988.

6.2 - Medida Eletrônica de Direções

6.2.1 - Introdução

Em Topografia e Geodésia os parâmetros essenciais são os ângulos e as distâncias. Qualquer determinação geométrica é obtida a partir destas duas informações.

A evolução da microeletrônica, principalmente após a Segunda Guerra Mundial, atingiu também os equipamentos utilizados na determinação das grandezas citadas acima, fazendo com que a participação do operador na obtenção dos dados no campo se tornasse menos árdua. No caso dos teodolitos, as inovações concentram-se quase que exclusivamente no sistema de leitura dos círculos graduados e no sistema do sensor eletrônico, que compensa automaticamente a inclinação do equipamento, levando-o à horizontal.

6.3 - Teodolito

Os teodolitos são equipamentos destinados à medição de ângulos verticais ou direções horizontais, objetivando a determinação dos ângulos internos ou externos de uma poligonal, bem como a posição de determinados detalhes necessários ao levantamento (Figura 6.8).

Atualmente existem diversas marcas e modelos de teodolitos, os quais podem ser classificados em:

- Pela finalidade: topográficos, geodésicos e astronômicos;
- Quanto à forma: ópticos-mecânicos ou eletrônicos;
- Quanto à precisão: A NBR 13133 (ABNT, 1994, p. 6) classifica os teodolitos segundo o desvio padrão de uma direção observada em duas posições da luneta, conforme tabela 6.1.

Tabela 6.1 - Classificação dos Teodolitos.

Classe de Teodolitos	Desvio-padrão Precisão angular
1 - precisão baixa	$\leq \pm 30''$
2 - precisão média	$\leq \pm 07''$
3 - precisão alta	$\leq \pm 02''$

Fonte: ABNT (1994, p.6).

A precisão do equipamento pode ser obtida no manual do mesmo. A figura 6.7 apresenta um exemplo de manual indicando a precisão de um teodolito.

Datos técnicos		
Anteojo:	Medida de ángulo:	Nivel esférico:
• Totalmente basculable	• absoluta, continua	• Sensibilidad del nivel: 6' / 2 mm
• Imagen derecha	• unidades elegibles:	
• Diámetro del objetivo	360° (sexag.)	Plomada láser:
40 mm	400gon,	• en alidada, giro con instrumento
(1.57 in)	360° (sexag. / 100 grad)	• precisión: diámetro de rotación
• Distancia mínima	1/30 mil	máx. del punto láser: ± 1.0mm/
de enfoque	Desviación típica	1.5m
• Campo visual	(según DIN 18723)	• Diámetro del punto láser: 2,5mm/
23.6 mrad	T105 5" (1.5 mgon)	1.5m
1°21'	T107 7" (2.0 mgon)	
(124.6 mil)	• Resolución de la pantalla	Compensador:
• Aumentos	360s 1"	• compensador de aceite
30x	gon 0.001 gon	• rango de trabajo:
	360d 0.001°	comp. ángulo V ±4' (±0.07 gon)
	mil 0.01 mil	

Figura 6.7 - Indicação da precisão de um teodolito.
Fonte: LEICA (1998a).

Como elementos principais que constituem os teodolitos, mecânicos ou automáticos, ópticos ou digitais, podem-se citar: sistema de eixos, círculos graduados ou limbos, luneta de visada e níveis.

6.3.1 - Sistema de Eixos

A figura 6.8 ilustra os eixos de um teodolito, a saber:

VV : Eixo vertical, principal ou de rotação do teodolito;

ZZ : Eixo de colimação ou linha de visada;

KK : Eixo secundário ou de rotação da luneta.

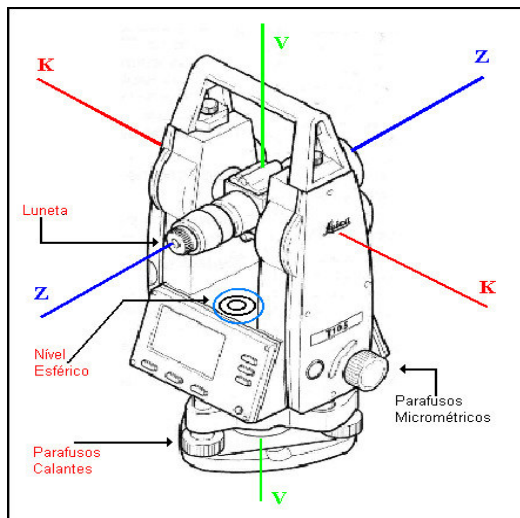


Figura 6.8 - Teodolito.

6.3.2 - Círculos Graduados (Limbos)

Quanto aos círculos graduados para leituras angulares os mesmos podem ter escalas demarcadas de diversas maneiras, como por exemplo:

- Tinta sobre plástico;
- Ranhuras sobre metal;
- Traços gravados sobre cristal.

6.3.3 - Luneta de Visada

Dependendo da aplicação do instrumento a capacidade de ampliação pode chegar a até 80 vezes (teodolito astronômico WILD T4). Em Topografia normalmente utilizam-se lunetas com poder de ampliação de 30 vezes.

6.3.4 - Níveis

Os níveis de bolha podem ser esféricos (com menor precisão), tubulares, ou digitais, nos equipamentos mais recentes.

6.4 - Princípio da Leitura Eletrônica de Direções

Os limbos podem funcionar por transparência ou reflexão. A codificação é feita sempre utilizando elementos que interrompem ou não o caminho óptico entre a fonte emissora de luz e o fotodetector.

Nos casos gerais onde os limbos funcionam por transparência, os principais componentes físicos da leitura eletrônica de direções são dois, a saber:

a) um círculo de cristal com regiões claras e escuras (transparentes e opacas) codificadas através de um sistema de fotoleitura;

b) fotodiodos detectores da luz que atravessam o círculo graduado.

Existem basicamente dois princípios de codificação e medição, o absoluto que fornece um valor angular para cada posição do círculo, e o incremental que fornece o valor incremental a partir de uma origem, isto é, quando se gira o teodolito a partir de uma posição inicial.

Para se entender de maneira simplificada os princípios de funcionamento, pode-se pensar num círculo de vidro com uma série de traços opacos igualmente espaçados e com espessura igual a este espaçamento. Colocando uma fonte de luz de um lado do círculo e um fotodetector do outro, é possível “contar” o número de pulsos “claros/escuros” que ocorrem quando o teodolito é girado, de uma posição para outra, para medir um ângulo. Esse número de pulsos pode ser então convertido e apresentado de forma digital em um visor.

O exemplo a seguir ilustra este raciocínio.

Tomando um círculo graduado de 8 cm de raio, com um perímetro aproximado de 500 mm, pode-se pensar em traços com espessura de 0,5 mm, de tal forma que se tenha um traço claro e um escuro a cada milímetro, logo 1000 traços no equivalente aos 360° do círculo. Isso leva a concluir que cada pulso (claro ou escuro) corresponderia a cerca de 20 minutos de arco, que seria a precisão, não

muito boa, do hipotético equipamento. O exemplo descrito seria o caso do modelo incremental (figura 6.9) (CINTRA, 1993; DURAN, 199_).

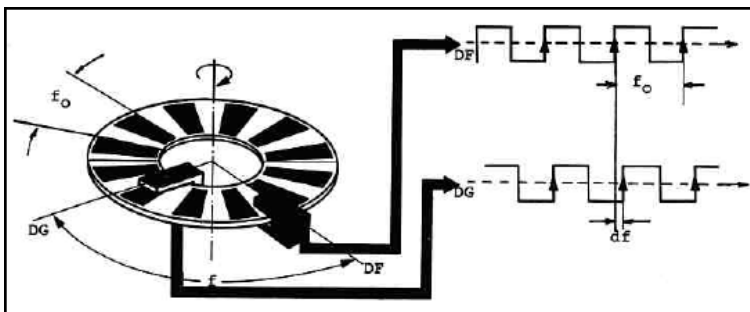


Figura 6.9 - Modelo de limbo incremental.

Num segundo modelo pode-se pensar em trilhas opacas dispostas concentricamente e não mais na posição radial (figura 6.10).

Neste caso o número de trilhas vem dado pelo raio e não pelo perímetro como no exemplo anterior. Associa-se o valor 0 (zero) quando a luz não passa e 1 (um) quando a luz passa. Para detectar a passagem ou não da luz é montada uma série de diodos, neste caso, em forma radial. A posição do círculo é associada a um código binário de "0" ou "1" em uma determinada sequência. Isso forneceria um novo modelo, de sistema absoluto e não incremental como o anterior.

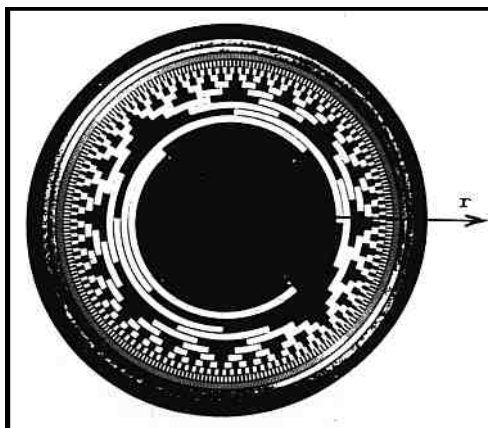


Figura 6.10 - Sistema de codificação absoluto.

6.4.1 - Sensor Eletrônico de Inclinação

Vale a pena acrescentar, que os teodolitos eletrônicos incluem outra característica distinta em relação aos mecânicos: o sistema de sensores eletrônicos de inclinação que permitem a horizontalização automática.

Além de facilitar a tarefa do operador e aumentar a precisão, esse sistema permite corrigir diretamente uma visada simples de ângulos verticais, sem ter que conjugar os pares de leituras nas posições direta e inversa.

O sistema apresentado na figura 6.11 é baseado na reflexão de uma luz sobre uma superfície líquida, que sempre permanece horizontal e por isso pode ser usada como um referencial. Uma luz gerada em (A) é refletida na superfície líquida (B) e após atravessar alguns componentes ópticos atinge um fotodiodo (C). O valor da corrente, induzida neste, permite determinar a posição da luz com relação ao ponto de zero (Z), em que quadrante (figura 6.11) e qual o deslocamento com relação a esse ponto central, ou seja, a inclinação do teodolito na direção do eixo de colimação (horizontal) e na sua perpendicular (vertical) (CINTRA, 1993; DURAN, 199_).

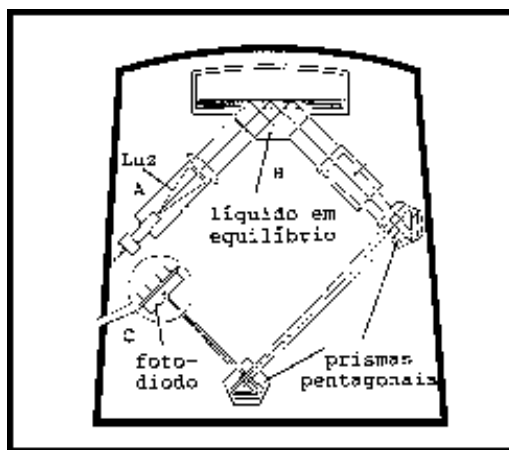


Figura 6.11 - Esquema do Sensor de Inclinação.
ADAPTADO: CINTRA, 1993.

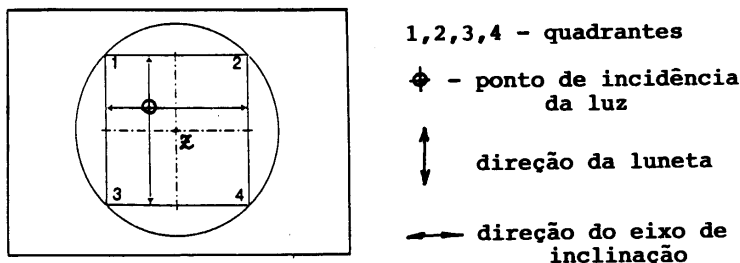


Figura 6.12 - Detalhe do sensor de inclinação.

ADAPTADO: CINTRA, 1993.

6.5 - Estações Totais

De maneira geral pode-se dizer que uma estação total nada mais é do que um teodolito eletrônico (medida angular), um distanciômetro eletrônico (medida linear) e um processador matemático, associados em um só conjunto (figura 6.13). A partir de informações medidas em campo, como ângulos e distâncias, uma estação total permite obter outras informações como:

- Distância reduzida ao horizonte (distância horizontal);
- Desnível entre os pontos (ponto “a” equipamento, ponto “b” refletor);
- Coordenadas dos pontos ocupados pelo refletor, a partir de uma orientação prévia.

Além destas facilidades estes equipamentos permitem realizar correções no momento da obtenção das medições ou até realizar uma programação prévia para aplicação automática de determinados parâmetros como:

- Condições ambientais (temperatura e pressão atmosférica);
- Constante do prisma.

Além disto, é possível configurar o instrumento em função das necessidades do levantamento, alterando valores como:

- Altura do instrumento;

- Altura do refletor;
- Unidade de medida angular;
- Unidade de medida de distância (metros, pés);
- Origem da medida do ângulo vertical (zenital, horizontal ou nadiral);



Figura 6.13 - Estação total.

6.6 - Métodos de Medida Angular

Em Topografia, normalmente deseja-se determinar o ângulo horizontal compreendido entre duas direções, conforme exemplo abaixo.

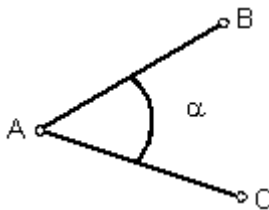


Figura 6.14 - Ângulo α .

6.6.1 - Aparelho não Orientado

Neste caso, faz-se a leitura da direção AB(L1) e AC(L2), sendo que o ângulo α será obtido pela diferença entre L1 e L2. O teodolito não precisa estar orientado segundo uma direção específica (figura 6.15).

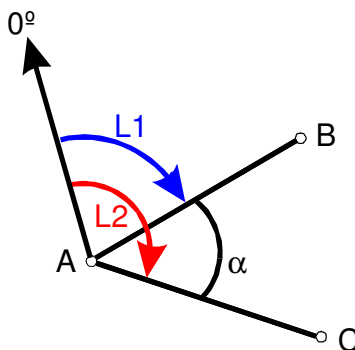


Figura 6.15 - Aparelho não orientado.

$$\alpha = L2 - L1 \quad (6.2)$$

Se α for negativo soma-se 360°.

6.6.2 - Aparelho Orientado pelo Norte Verdadeiro ou Geográfico

As leituras L1 e L2 passam a ser azimutes verdadeiros de A para B e de A para C.

6.6.3 - Aparelho Orientado pela Bússola

Caso semelhante ao anterior e denominam-se as leituras de azimutes magnéticos.

6.6.4 - Aparelho Orientado na Ré

Neste caso, zera-se o instrumento na estação ré e faz-se a pontaria na estação de vante. No caso de uma poligonal fechada, se o caminhamento do levantamento for realizado no sentido horário, será determinado o ângulo externo compreendido entre os pontos $B\hat{A}C$ (figura 6.16).

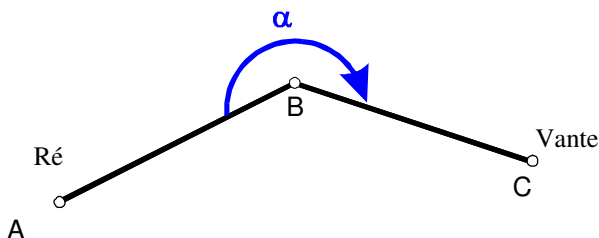


Figura 6.16 - Aparelho orientado na estação ré.

6.6.5 - Aparelho Orientado na Vante

Semelhante ao caso anterior, somente que agora o equipamento será zerado na estação de vante (figura 6.17).

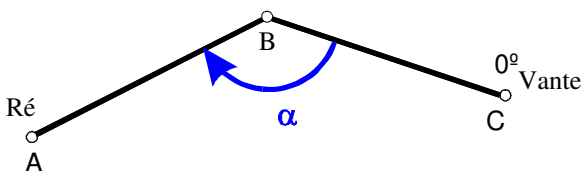


Figura 6.17 - Aparelho orientado na estação vante.

6.6.6 - Deflexão

Neste caso, força-se a coincidência da leitura 180° com o ponto de ré, o que equivale a ter a origem da graduação no prolongamento dessa direção. A deflexão será positiva (leitura à direita) ou negativa (leitura à esquerda) e vai variar sempre de 0° a 180° (figura 6.18)

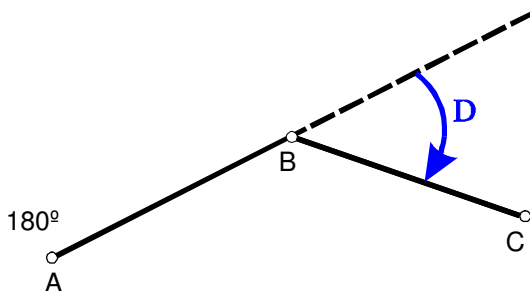


Figura 6.18 - Deflexão.

6.7 - Técnicas de Medição de Direções Horizontais

6.7.1 - Simples

Instala-se o teodolito em A, visa-se a estação B em Pontaria Direta, e anota-se Lb. A seguir, visa-se a estação C e lê-se Lc.

$$\alpha = Lc - Lb \quad (6.3)$$

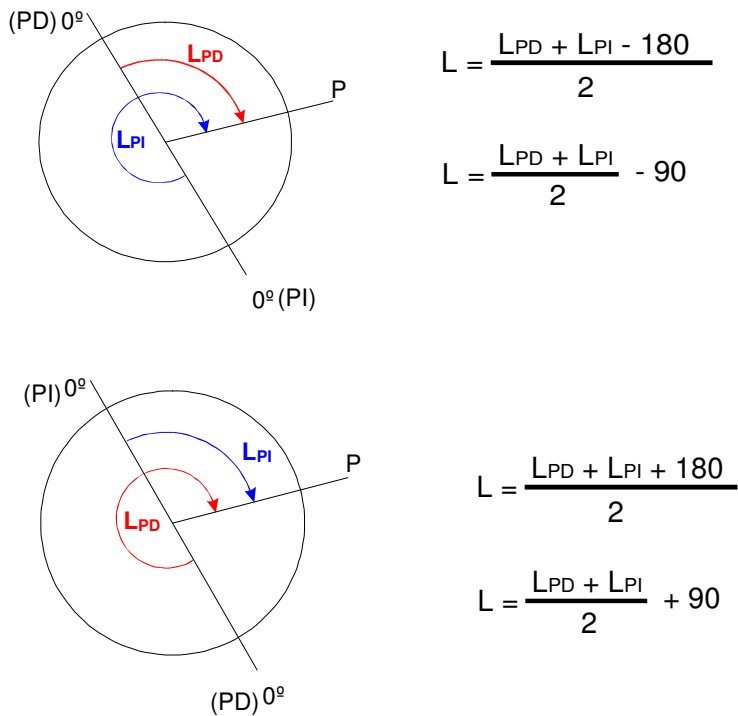
Em qualquer medida de ângulo horizontal é fundamental que os retículos verticais estejam perfeitamente sobre o alvo.

6.7.2 - Pares Conjugados (PD e PI)

As leituras são feitas na posição direta da luneta e na posição inversa, conforme ilustra a figura 6.19.

LPD - Leitura em PD

LPI - Leitura em PI

**Figura 6.19 - Leitura de pares conjugados.**

Assim:

$$L = \frac{L_{PD} + L_{PI}}{2} \pm 90^\circ$$

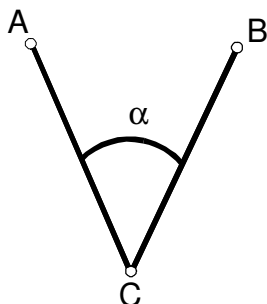
Onde: + se $PD > PI$ (6.4)

- se $PD < PI$

Exemplo:

Luis A. K. Veiga/Maria A. Z. Zanetti/Pedro L. Faggion

Foram medidas duas direções A e B para a determinação do ângulo α . Estas medidas foram feitas em PD e PI.

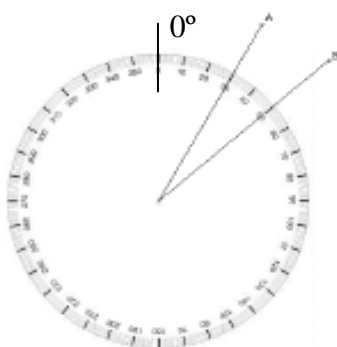


	Pontaria A (ré)	Pontaria B (vante)
PD	0° 00' 00"	1° 46' 00"
PI	180° 00' 00"	181° 48' 00"
L	0° 00' 00"	1° 47' 00"

6.7.3 - Medidas com Reiteraões

Existem alguns teodolitos chamados reiteradores, que possuem um parafuso reiterador que permite reiterar o limbo, ou seja, deslocar o limbo independentemente da alidade. Fixado o número de reitaraões n , efetuam-se n pares de leituras conjugadas, tendo o cuidado de deslocar a origem da graduação de forma a cobrir todo o círculo horizontal.

Exemplificando o método de reiteração: com o limbo em uma posição inicial realizam-se as leituras das direções como ilustrado na figura 6.20.



$$L_A = 30^{\circ}00'$$

$$L_B = 50^{\circ}00'$$

$$\alpha = 20^{\circ}00'$$

Figura 6.20 - Leituras utilizando o método de reiteração - posição I.

Utilizando 45° como intervalo de reiteração, gira-se o limbo do equipamento de 45° e as novas leituras são apresentadas na figura 6.21.

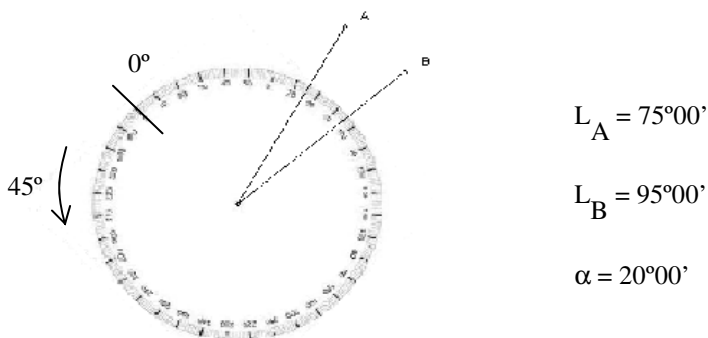


Figura 6.21 - Leituras utilizando o método de reiteração - posição II.

Reiterando mais 45° (figura 6.22),

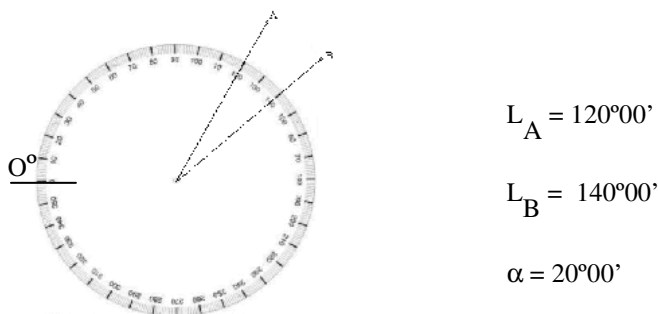


Figura 6.22 - Leituras utilizando o método de reiteração - posição III.

Com isto é possível utilizar toda a extensão do limbo, minimizando-se os efeitos de erros de gravação na graduação do equipamento. Na tabela 6.2 é apresentado um exemplo de leituras empregando-se o processo de reiteração.

Tabela 6.2 - Exemplo de leituras utilizando reiteração.

	A (ré)	B (vante)	
PD	0°31'45,5"	9°40'15,5"	
PI	180°31'44,1"	189°40'15,7"	
m1	0°31'44,8"	9°40'15,5"	$\alpha_1 = 9°08'30,8"$
PD	45°33'11,9"	54°41'42,8"	
PI	225°33'15,9"	234°41'42,4"	
m2	45°33'13,9"	54°41'42,6"	$\alpha_2 = 9°08'28,7"$
PD	90°25'44,2"	99°34'13,3"	
PI	270°25'44,5"	279°34'14,6"	
m3	90°25'44,3"	99°34'13,9"	$\alpha_3 = 9°08'29,6"$
PD	135°26'51,3"	144°35'18,9"	
PI	315°26'47,8"	324°35'15,9"	
m4	135°26'49,5"	144°35'17,4"	$\alpha_4 = 9°08'27,9"$

$$\alpha_0 = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4}{4}$$

$$\alpha_o = 9°08'29,2''$$

Obs.: α_n não pode diferir dos ângulos obtidos em cada uma das séries mais que 3x a precisão nominal do equipamento utilizado para realizar a medição.

6.7.4 - Medidas com Repetição

Utilizado em equipamentos com movimento geral e particular, ou seja, no qual é possível “fixar” uma direção.

Neste método faz-se a leitura de direção inicial (no caso da figura 6.23, direção OA, leitura L_0) e depois a leitura na outra direção (L_1). Fixa-se a leitura L_1 e realiza-se a pontaria novamente na direção OA. Libera-se o movimento do equipamento e faz-se a pontaria em B novamente (leitura L_2), fixa-se esta leitura e repete-se o procedimento.

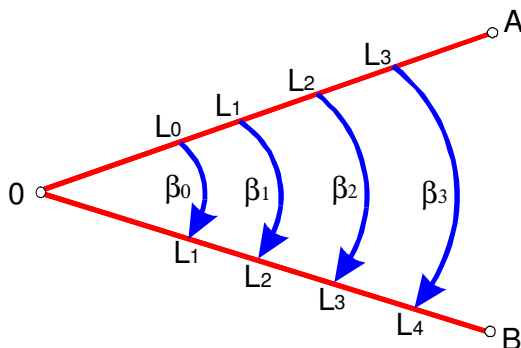


Figura 6.23 - Medida com repetição.

O ângulo β poderá ser calculado por:

$$\beta_0 = L_1 - L_0$$

$$\beta_1 = L_2 - L_1$$

$$\beta_2 = L_3 - L_2$$

$$\beta_3 = L_4 - L_3$$

$$n\beta = L_4 - L_0$$

$$\beta = \frac{L_4 - L_0}{n}$$

Ou genericamente:

$$\beta = \frac{(L_f - L_i) + x \times 360^\circ}{n} \quad (6.5)$$

Onde:

$x = n^\circ$. de giros completos do círculo graduado, devendo ser contado toda vez que passar pela graduação zero.

Exemplo 6.1 - Dadas as observações representadas na figura 6.24, calcular o valor do ângulo AOB.

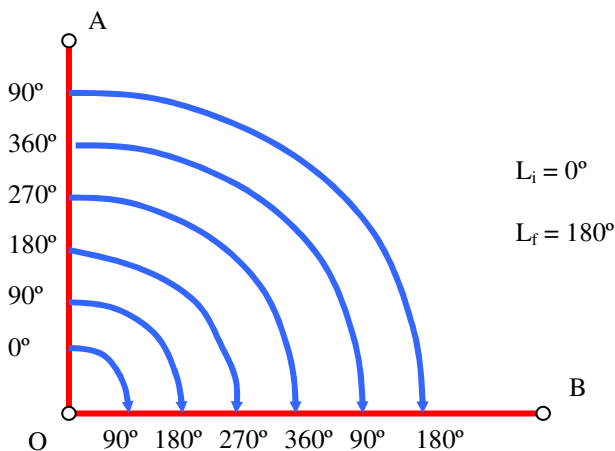


Figura 6.24 - Direções medidas com o método de repetição.

Calculando o valor do ângulo:

$$\alpha = \frac{180^\circ - 0^\circ + x \cdot 360^\circ}{n}$$

Onde: $x = 1$ giro completo
 $n = 6$

$$\alpha = \frac{180^\circ + 360^\circ}{n}$$

$$\alpha = \frac{540^\circ}{6}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

Exemplo 6.2 - Dadas as observações representadas na figura 6.25, calcular o valor do ângulo COD.

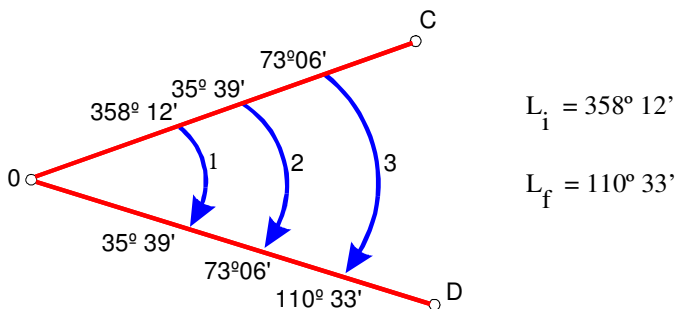


Figura 6.25 - Direções medidas com o método de repetição.

Efetuatingo-se os cálculos:

$$\alpha = \frac{L_f - L_i + x \cdot 360^\circ}{n}$$

$$x = 1 \text{ giro completo}$$

$$n = 3$$

$$\alpha = \frac{-247^\circ 39' + 360^\circ}{3}$$

$$\alpha = 37^\circ 27'$$

A figura 6.26 exemplifica o método de repetição.

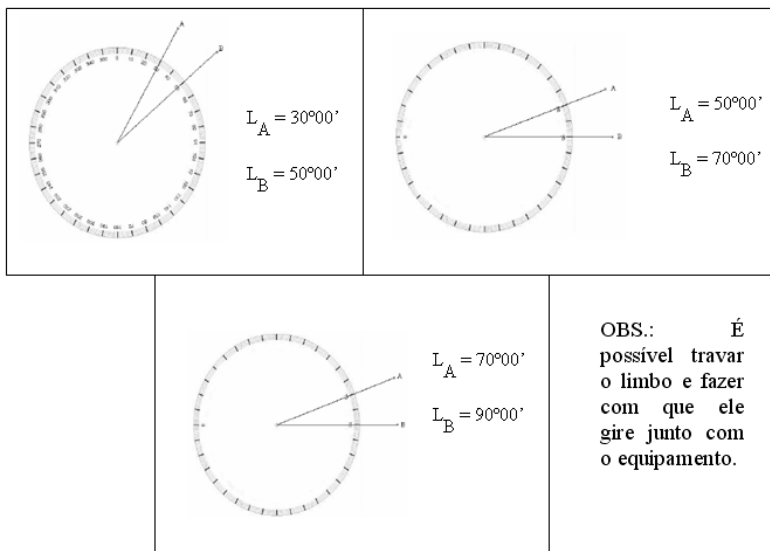


Figura 6.26 - Exemplificando o método de repetição.

6.8 - Procedimento de Medida em Campo Utilizando um Teodolito

Os procedimentos para a medição utilizando um teodolito podem ser resumidos em:

- Instalação do equipamento;
- Focalização e pontaria;
- Leitura da direção.

6.8.1 - Instalação do Equipamento

Diversos procedimentos de campo em Topografia são realizados com o auxílio de equipamentos como estações totais e teodolitos. Para que estes equipamentos possam ser utilizados, os mesmos devem estar corretamente “estacionados” sobre um determinado ponto.

Estacionar um equipamento significa que o mesmo deverá estar nivelado e centrado sobre o ponto topográfico. As medições somente poderão iniciar após estas condições serem verificadas. É comum diferentes profissionais terem a sua forma própria de estacionar o equipamento, porém, seguindo algumas regras simples, este procedimento pode ser efetuado de forma rápida e precisa.

O exemplo a seguir demonstra os procedimentos para o estacionamento de uma estação total TC 403L da Leica, porém as etapas serão as mesmas para outros modelos de equipamentos que possuam prumos óticos ou laser.

6.8.1.1 - Instalando o tripé e retirando o instrumento da caixa

Para estacionar o equipamento de medida sobre um determinado ponto topográfico, o primeiro passo é instalar o tripé sobre o ponto. Um ponto topográfico pode ser materializado de diversas maneiras, como por piquetes, pregos ou chapas metálicas, entre outros. A figura 6.27 ilustra um exemplo de ponto materializado através de uma chapa metálica engastada em um marco de concreto de forma tronco de pirâmide.



Figura 6.27 - Marco de concreto.

Na chapa metálica será encontrada uma marca (figura 6.28), que representa o ponto topográfico. Teoricamente, após o equipamento estar devidamente calado e centrado sobre o ponto, o prolongamento do eixo principal do equipamento passará por esta marcação sobre a chapa.

**Indicação do ponto
topográfico sobre a
chapa metálica**



Figura 6.28 - Chapa metálica com a indicação do ponto topográfico.

Enquanto os equipamentos não estiverem sendo utilizados, deve-se evitar deixá-los apoiados em pé, pois estes podem cair e sofrer alguma avaria. O ideal é deixar os equipamentos sempre “deitados” no chão, conforme ilustra a figura 6.29. Escolhido o ponto onde será estacionado o equipamento, é hora de instalar o tripé.



Figura 6.29 - Disposição dos equipamentos enquanto não utilizados.

O tripé possui parafusos ou travas que permitem o ajuste das alturas das pernas (figura 6.30).

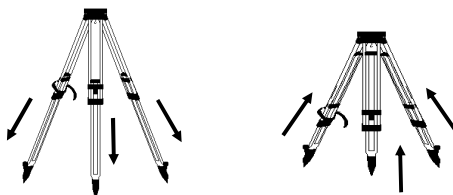


Figura 6.30 - Movimento de extensão das pernas do tripé.

Inicialmente o tripé deve ser aberto e posicionado sobre o ponto. Deve-se procurar deixar a base do tripé numa altura que posteriormente, com a instalação do instrumento de medida, o observador fique em uma posição confortável para manuseio e leitura do equipamento. É fundamental cravar bem as pontas das pernas do tripé para evitar que o mesmo se mova posteriormente durante as medições (figura 6.31).



Figura 6.31 - Cravando o tripé no solo.

Dois pontos devem ser observados nesta etapa, para facilitar a posterior instalação do equipamento: o primeiro é que a base do tripé deve estar o mais horizontal possível (figura 6.32-a) e o segundo é que através do orifício existente na base do tripé deve-se enxergar o ponto topográfico. (figura 6.32-b).



a)



b)

Figura 6.32 - Cuidados a serem seguidos na instalação do tripé.

Terminada esta etapa o equipamento já pode ser colocado sobre o tripé. O mesmo deve ser retirado com cuidado do seu estojo. É importante deixar o estojo fechado em campo para evitar problemas com umidade e sujeira, além de dificultar a perda de acessórios que ficam guardados no estojo. A figura 6.33 ilustra esta questão.



Figura 6.33 - Retirando o instrumento da caixa.

Depois de posicionado sobre a base do tripé, o equipamento deve ser fixo à base com o auxílio do parafuso de fixação (figura 6.34). Enquanto o equipamento não estiver preso ao tripé, o mesmo deve sempre estar sendo segurado com uma das mãos para evitar queda.



Figura 6.34 - Fixando o equipamento ao tripé.

6.8.1.2 - Centragem e nivelamento

Após o equipamento estar fixo sobre o tripé é necessário realizar a centragem e o nivelamento do mesmo. Centrar um equipamento sobre um ponto significa que, uma vez nivelado, o prolongamento do seu eixo vertical (também chamado principal) está passando exatamente sobre o ponto (figura 6.35). Para fins práticos, este eixo é materializado pelo fio de prumo, prumo ótico ou prumo laser.

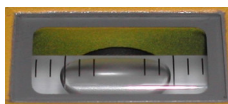


Figura 6.35 - Eixo principal do equipamento passando pelo ponto.

Nivelar o equipamento é um dos procedimentos fundamentais antes da realização de qualquer medição. O nivelamento pode ser dividido em duas etapas, uma inicial ou grosseira, utilizando-se o nível esférico, que em alguns equipamentos está associado à base dos mesmos, e a outra de precisão ou "fina", utilizando-se níveis tubulares, ou mais recentemente, níveis digitais (figura 6.36).



Nível esférico



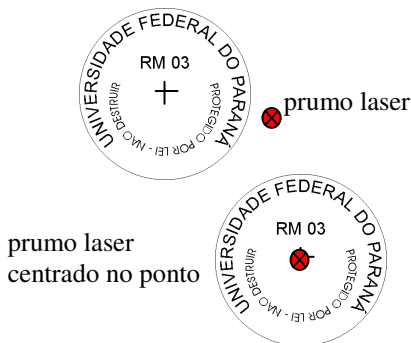
Nível tubular



Nível digital

Figura 6.36 - Níveis esférico, tubular e digital.

Inicialmente, com o auxílio dos parafusos calantes, posiciona-se o prumo laser sobre o ponto (figura 6.37). Para prumos óticos não se deve esquecer de realizar a focalização e centrar os retículos sobre o ponto.

**Figura 6.37 - Posicionando o prumo sobre o ponto.**

Realiza-se então o nivelamento grosseiro utilizando o movimento de extensão das pernas do tripé (figura 6.38). Este nivelamento é realizado utilizando o nível esférico. Observa-se o deslocamento da bolha no nível esférico e realiza-se a centragem ou calagem do mesmo (figura 6.39).



Figura 6.38 - Ajustando o nível de bolha utilizando os movimentos de extensão do tripé.



Figura 6.39 - Calagem da bolha do nível esférico.

O nivelamento "fino" ou de precisão é realizado com auxílio dos parafusos calantes e níveis tubulares ou digitais. Inicialmente alinha-se o nível tubular a dois dos parafusos calantes (figura 6.40).

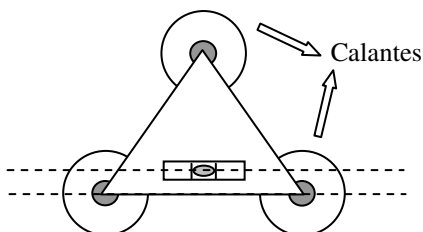


Figura 6.40 - Nível alinhado a dois calantes.

Atuando nestes dois parafusos alinhados ao nível tubular, faz-se com que a bolha se desloque até a posição central do nível. Cabe salientar que os parafusos devem ser girados em sentidos opostos, a fim de centrar a bolha do nível (figura 6.41).

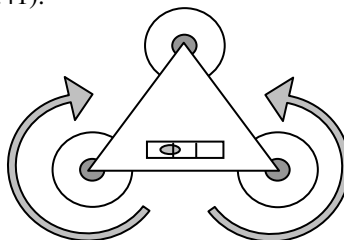


Figura 6.41 - Movimentação dos dois calantes ao mesmo tempo, em sentidos opostos.

Após a bolha estar centrada, gira-se o equipamento de 90° , de forma que o nível tubular esteja agora ortogonal à linha definida anteriormente (figura 6.42).

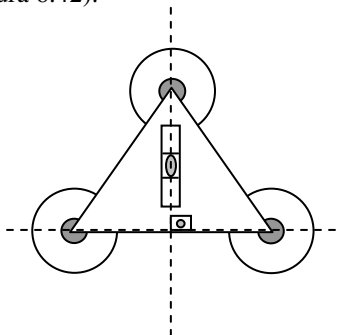


Figura 6.42 - Alinhamento do nível ortogonalmente à linha inicial.

Atuando-se somente no parafuso que está alinhado com o nível (figura 6.43), realiza-se a centragem da bolha.

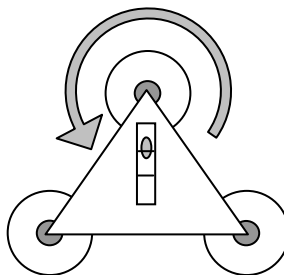


Figura 6.43 - Centragem da bolha atuando no parafuso ortogonal a linha inicial.

Para equipamentos com níveis digitais não é necessário rotacionar o equipamento, basta atuar diretamente no parafuso que está ortogonal a linha definida pelos outros dois. Repete-se o procedimento até que, ao girar o equipamento, este esteja sempre nivelado em qualquer posição. Caso isto não ocorra, deve-se verificar a condição de verticalidade do eixo principal e se necessário, retificar o equipamento.

Ao terminar este procedimento, verifica-se a posição do prumo. Se o mesmo não está sobre o ponto, solta-se o parafuso de fixação do equipamento e desloca-se o mesmo com cuidado até que o prumo esteja coincidindo com o ponto. Deve-se tomar o cuidado de não rotacionar o equipamento durante este procedimento, realizando somente uma translação do mesmo.

Feito isto, deve-se verificar se o instrumento está nivelado e caso isto não seja verificado, realiza-se novamente o nivelamento fino. Este procedimento deve ser repetido até que o equipamento esteja perfeitamente nivelado e centrado. Ao final desta etapa, o equipamento estará pronto para a realização das medições.

As etapas para instalação do equipamento podem ser resumidas em:

- Posicionar o tripé sobre o ponto tomando o cuidado de deixar o prato o mais horizontal possível sendo possível enxergar o ponto através do orifício existente na base do tripé;

- Fixar o equipamento sobre o tripé;
- Com o auxílio dos parafusos calantes, posicionar o prumo sobre o ponto;
- Nivelar a bolha esférica com o auxílio do movimento de extensão das pernas do tripé;
- Realizar o nivelamento fino utilizando o nível tubular ou digital;
- Verificar se o prumo saiu do ponto. Caso isto tenha ocorrido, soltar o equipamento e deslocar o mesmo até que o prumo esteja posicionado sobre o ponto;
- Repetir os dois últimos procedimentos até que o equipamento esteja perfeitamente nivelado e centrado.

6.8.2 - Focalização da Luneta

De acordo com ESPARTEL (1987 p.147), “focar a luneta é a operação que tem por fim fazer a coincidência do plano do retículo e do plano da imagem do objeto visado com o plano focal comum à objetiva e à ocular”. O procedimento de focalização inicia-se pela focalização dos retículos e depois do objeto. Deve-se sempre checar se a luneta está bem focalizada, para evitar o problema denominado de paralaxe de observação, o qual acarretará em visadas incorretas. Para verificar se está ocorrendo este fenômeno deve-se mover a cabeça para cima e para baixo, para a direita e esquerda, sempre observando pela ocular. Quando destes movimentos, verificando-se que os fios do retículo se movem em relação à imagem, então existe uma paralaxe de observação e, neste caso, a pontaria dependerá da posição do observador.

Para evitar este problema deve-se proceder da seguinte forma:

a) Focalização dos retículos: os retículos devem estar focalizados de forma que estejam sendo vistos com nitidez e bem definidos. Para facilitar este procedimento, pode-se observar uma superfície clara, como uma parede branca ou mesmo o céu (figura 6.44), tomando o cuidado de não apontar para o Sol, para evitar danos irreversíveis à visão.



Figura 6.44 - Retículos focalizados.

b) Focalização do objeto: feita a focalização dos retículos, faz-se a pontaria ao objeto desejado e realiza-se a focalização do mesmo (figura 6.45-a e 6.45-b). Testa-se para ver se há o problema de paralaxe (deslocamento aparente de um objeto em relação a um referencial causado pelo deslocamento do observador). Caso seja verificado a ocorrência da mesma, deve-se realizar nova focalização ao objeto. Na figura 6.45-c, supondo um deslocamento do observador no sentido longitudinal, percebe-se que houve um deslocamento do retículo em relação à imagem, caracterizando a paralaxe de observação.

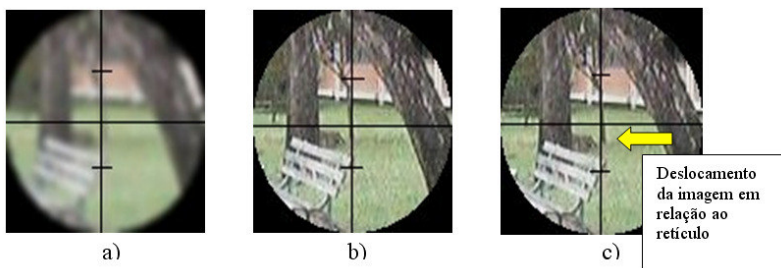


Figura 6.45 - Focalização da imagem e paralaxe de observação.

Durante a pontaria, os fios do retículo devem estar posicionados exatamente sobre o ponto onde se deseja realizar a pontaria.

6.8.3 - Leitura da Direção

Depois de realizada a pontaria, faz-se a leitura da direção, que em equipamentos eletrônicos é um procedimento simples, bastando ler o valor apresentado no visor do mesmo.

Para a leitura da direção horizontal do teodolito, a diferença entre a leitura em pontaria direta (PD) e pontaria inversa (PI) deve ser igual a 180° . Para leitura do ângulo zenital a soma dos valores de PD e PI devem ser iguais a 360° .

6.9 - Ângulos Verticais

A medida de ângulos verticais é afetada quando a vertical do equipamento, apesar deste estar corretamente centrado e nivelado, não coincide com a vertical da estação.

Na Figura 6.46, Z representa a vertical do equipamento isenta de erro e Z' a vertical do equipamento com erro. O ângulo zenital em Pontaria Direta (PD) entre a vertical isenta de erro e a linha de visada para o ponto P é dado por Z_1 igual a Z_{PD} . Porém, o ângulo zenital em PD fornecido pelo equipamento corresponde a Z'_{PD} , entre a vertical com erro e a linha de visada para o ponto P. Sendo ε o erro de verticalidade, tem-se:

$$Z_{PD} = Z_1 = Z'_{PD} + \varepsilon \quad (6.6)$$

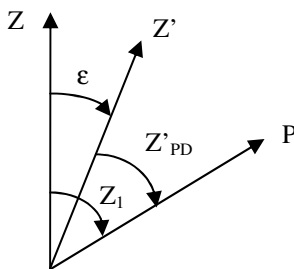


Figura 6.46 - Ângulo zenital em PD.

A figura 6.47 representa da mesma maneira, as verticais Z e Z' , respectivamente isenta e com erro de verticalidade, e Z_{PI} corresponde ao ângulo vertical sem erro em PI e Z'_{PI} o ângulo vertical com erro de verticalidade.

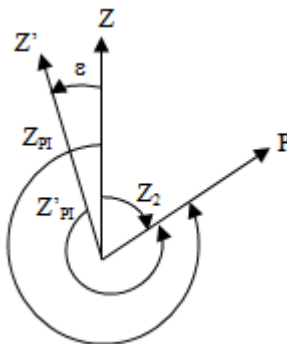


Figura 6.47 - Ângulo zenital em PI.

Observa-se que:

$$Z_{PI} = Z_2 = 360^\circ - Z'_{PI} + \varepsilon \quad (6.7)$$

Somando-se as equações (6.6) e (6.7) obtém-se:

$$(360^\circ - Z'_{PI} + \varepsilon) + (Z'_{PD} + \varepsilon) \quad (6.8)$$

Chegando-se a:

$$Z = \frac{360^\circ + Z_{PD} - Z_{PI}}{2} \quad (6.9)$$

A equação (6.9) permite calcular o ângulo zenital isento do erro de verticalidade, a partir de uma PD e uma PI ao mesmo alvo.

Fazendo (6.7) - (6.6):

$$(360^\circ - Z'_{PI} + \varepsilon) - (Z'_{PD} + \varepsilon) \quad (6.10)$$

Obtém-se:

$$\varepsilon = \frac{360^\circ - (Z_{PD} + Z_{PI})}{2} \quad (6.11)$$

Através da equação (6.11) calcula-se o erro de verticalidade de um equipamento a partir de uma PD e uma PI realizadas a um mesmo alvo fixo. Observe-se que o erro de verticalidade constitui um erro sistemático.

Se por algum motivo não for possível efetuarmos PD e PI a um determinado alvo, calcula-se o erro de verticalidade do equipamento e corrige-se uma leitura efetuada somente em PD através da equação:

$$Z = Z_{PD} + \varepsilon \quad (6.12)$$

6.9.1 - Exercícios

a) Calcular o ângulo vertical isento do erro de verticalidade a partir das leituras efetuadas a um alvo fixo em PD e PI.

$$Z_{PD} = 88^\circ 56' 54''$$

$$Z_{PI} = 271^\circ 05' 06''$$

$$Z = \frac{360^\circ + Z_{PD} - Z_{PI}}{2}$$

$$Z = 88^\circ 55' 54''$$

b) Calcular o erro de verticalidade deste equipamento.

$$\varepsilon = \frac{360^\circ - (Z_{PD} + Z_{PI})}{2}$$

$$e = - 0^\circ 01' 00''$$

Portanto, se o equipamento possui um erro de verticalidade de (-1') e os ângulos verticais fossem lidos somente em PD, seria possível corrigi-los:

$$Z = Z_{PD} + \varepsilon$$

$$Z = 88^\circ 56' 54'' + (- 0^\circ 01' 00'') = 88^\circ 55' 54''$$

7 - ORIENTAÇÃO

7.1 - Norte Magnético e Geográfico

O planeta Terra pode ser considerado um gigantesco ímã, devido à circulação da corrente elétrica em seu núcleo formado de ferro e níquel em estado líquido. Estas correntes criam um campo magnético, como pode ser visto na figura 7.1.

Este campo magnético ao redor da Terra tem a forma aproximada do campo magnético ao redor de um ímã de barra simples (figura 7.1). Tal campo exerce uma força de atração sobre a agulha da bússola, fazendo com que a mesma entre em movimento e se estabilize quando sua ponta imantada estiver apontando para o Norte magnético.

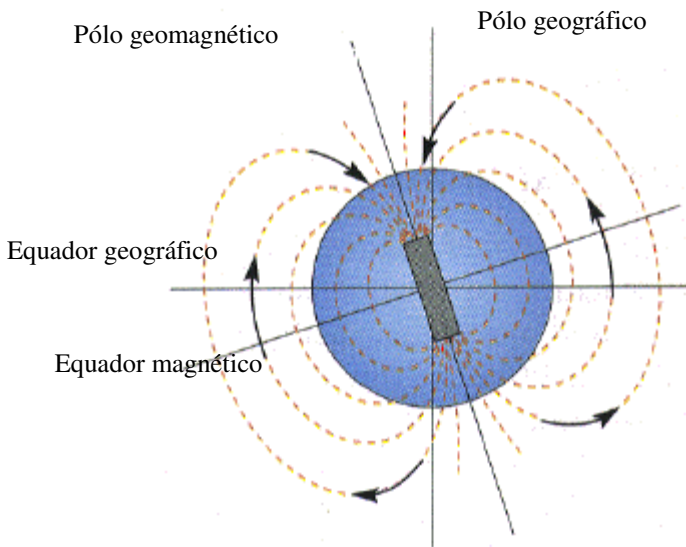


Figura 7.1 - Campo magnético ao redor da Terra.
Adaptado de: THE EARTH'S MAGNETIC FIELD (2004).

A Terra, na sua rotação diária, gira em torno de um eixo. Os pontos de encontro deste eixo com a superfície terrestre denominam-se de Pólo Norte e Pólo Sul verdadeiros ou geográficos (figura 7.2).

O eixo magnético não coincide com o eixo geográfico. Esta diferença entre a indicação do Pólo Norte magnético (dada pela bússola) e a posição do Pólo Norte geográfico denomina-se de declinação magnética, que será vista em detalhes neste capítulo.

7.2 - Azimute e Rumo

7.2.1 - Azimute

Azimute de uma direção é o ângulo formado entre a meridiana de origem que contém os Pólos, magnéticos ou geográficos, e a direção considerada. É medido a partir do Norte, no sentido horário e varia de 0° a 360° (figura 7.2).

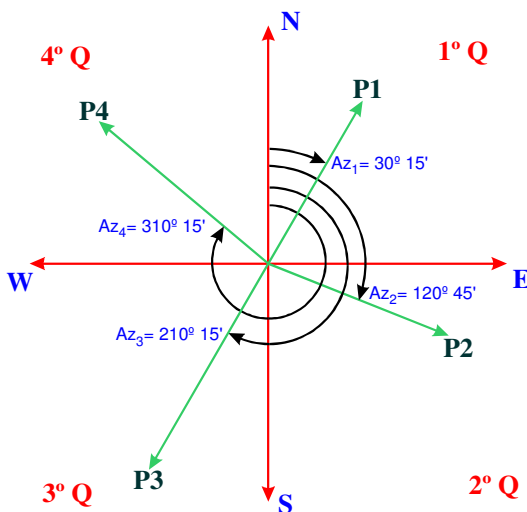


Figura 7.2 - Representação do azimute.

7.2.2 - Rumo

Rumo é o menor ângulo formado pela meridiana que materializa o alinhamento Norte Sul e a direção considerada. Varia de 0° a 90° , sendo contado do Norte ou do Sul por leste e oeste. Este sistema expressa o ângulo em função do quadrante em que se encontra. Além do

valor numérico do ângulo acrescenta-se uma sigla (NE, SE, SW, NW) cuja primeira letra indica a origem a partir do qual se realiza a contagem e a segunda indica a direção do giro ou quadrante. A figura 7.3 representa este sistema.

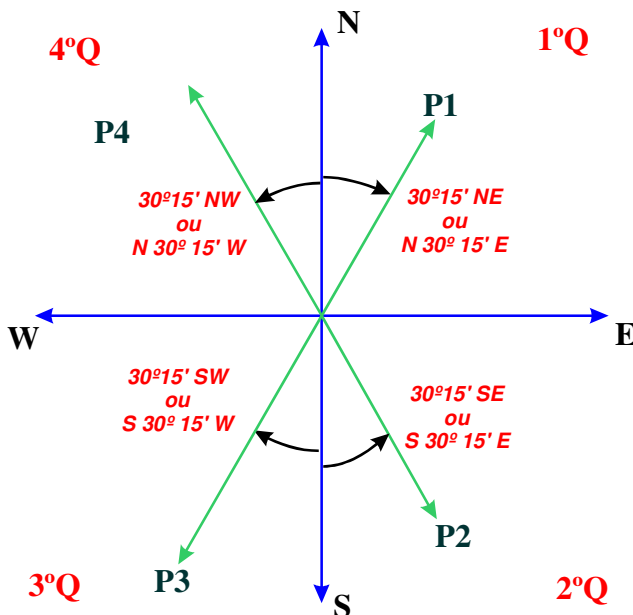


Figura 7.3 - Representação do rumo.

Independente da orientação do sistema (geográfico ou magnético) a forma de contagem do Azimute e do Rumo, bem como a conversão entre os mesmos ocorre da mesma forma.

7.2.3 - Conversão entre Rumo e Azimute

Sempre que possível é recomendável a transformação dos rumos em azimutes, tendo em vista a praticidade nos cálculos de coordenadas, por exemplo, e também para a orientação de estruturas em campo.

Para entender melhor o processo de transformação, observe a seqüência indicada a partir da figura 7.4.

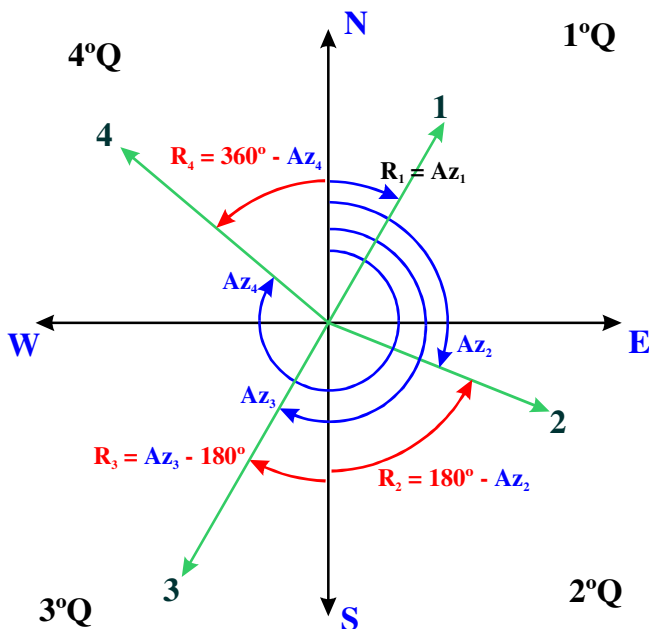


Figura 7.4 - Representação do rumo em função do azimute.

a) Conversão de azimute para rumo

No primeiro quadrante:

$$R_1 = A_{Z1} \quad (7.1)$$

No segundo quadrante:

$$R_2 = 180^\circ - A_{Z2} \quad (7.2)$$

No terceiro quadrante:

$$R_3 = A_{Z3} - 180^\circ \quad (7.3)$$

No quarto quadrante:

$$R_4 = 360^\circ - A_{Z4} \quad (7.4)$$

b) Conversão de rumo para azimute

No primeiro quadrante (NE):

$$A_{Z1} = R_1 \quad (7.5)$$

No segundo quadrante (SE):

$$A_{Z2} = 180^\circ - R_2 \quad (7.6)$$

No terceiro quadrante (SW):

$$A_{Z3} = 180^\circ + R_3 \quad (7.7)$$

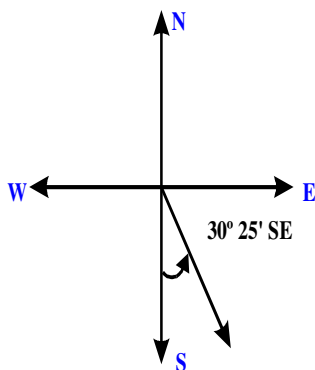
No quarto quadrante (NW):

$$A_{Z4} = 360^\circ - R_4 \quad (7.8)$$

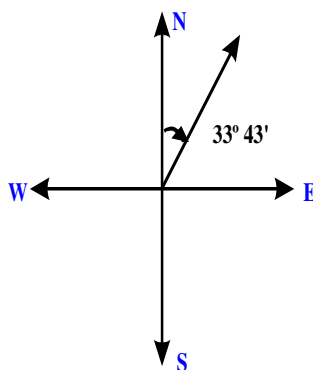
7.2.4 - Exercícios

1) Transforme os seguintes rumos em azimuth e vice versa.

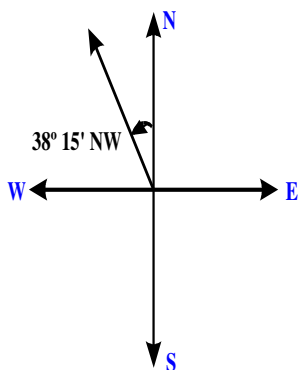
Rumo = $30^{\circ} 25' \text{ SE}$



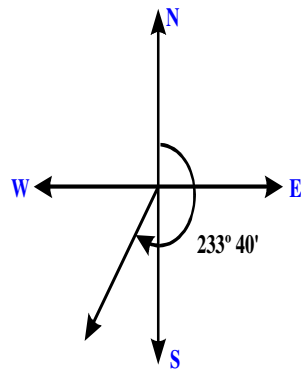
Azimuth = $33^{\circ} 43'$



Rumo = $38^{\circ} 15' \text{ NW}$



Azimuth = $233^{\circ} 40'$



2) Você é o responsável técnico pela divisão de “sistemas transmissores de sinais eletromagnéticos” de uma grande empresa. A mesma foi contratada para implantar quatro antenas com as seguintes características:

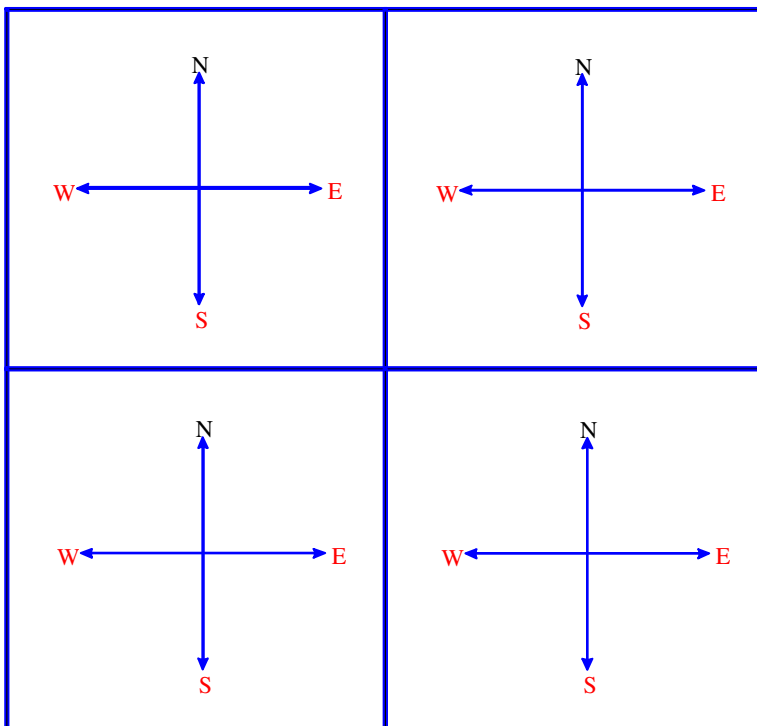
Painel 01 azimuth = $45^{\circ} 15'$

Painel 02 azimuth = $156^{\circ} 30'$

Painel 03 azimuth = $230^{\circ} 25'$

Painel 04 azimuth = $310^{\circ} 20'$

A bússola disponível na empresa só apresenta a orientação em forma de rumo. Como você faria para transformar os azimutes em rumos? Represente o resultado nas figuras abaixo.



3) Sua empresa foi contratada para montar quatro painéis de transmissão em uma antena de telefonia celular com a seguinte característica:

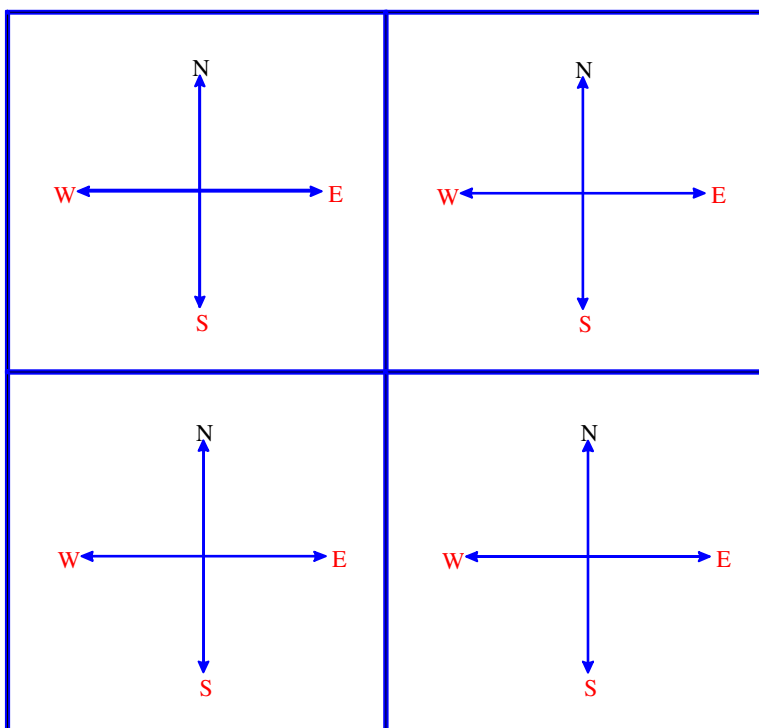
Painel 01 rumo magnético = $45^{\circ} 15'$ NE

Painel 02 rumo magnético = $24^{\circ} 30'$ SE

Painel 03 rumo magnético = $40^{\circ} 25'$ SW

Painel 04 rumo magnético = $25^{\circ} 20'$ NW

A bússola disponível na empresa só apresenta a orientação em forma de azimuth. Como você faria para transformar os rumos dados em azimuth? Represente o resultado nas figuras abaixo.



7.3 - Declinação Magnética

Declinação magnética é o ângulo formado entre o meridiano verdadeiro e o meridiano magnético; ou também pode ser identificado como desvio entre o azimuth ou rumo verdadeiros e os correspondentes magnéticos (figura 7.5).

Varia com o tempo e com a posição geográfica, podendo ser ocidental (δ_W), negativa quando o Pólo magnético estiver a oeste (W) do geográfico e oriental (δ_E) em caso contrário. Atualmente, em nosso país a declinação magnética é negativa, logo ocidental.



Figura 7.5 - Representação da declinação magnética.

A representação da declinação magnética em cartas é feita através de curvas de igual valor de variação anual em graus (curvas isogônicas) e curvas de igual variação anual em minutos (curvas isopóricas). A interpolação das curvas do grau e posteriormente no minuto, para uma dada posição na superfície física da Terra, nos permite a determinação da declinação magnética com precisão na ordem do minuto.

No Brasil o órgão responsável pela elaboração das cartas de declinação é o Observatório Nacional e a periodicidade de publicações da mesma é de 10 anos. Atualmente o Observatório Nacional disponibiliza a declinação magnética no endereço <http://staff.on.br/~jlk/magdec>.

7.3.1 - Transformação de Norte Magnético em Geográfico e vice-versa

A transformação de elementos (rumos e azimutes) com orientação pelo Norte verdadeiro ou magnético é um processo simples, basta somar algebricamente a declinação magnética.

A figura 7.10a ilustra o caso em que a declinação magnética é positiva, ou seja, o Norte magnético está a leste do Norte verdadeiro, e o azimuth verdadeiro é calculado por:

$$Az_v = Az_m + D$$

Para o caso do Brasil, onde a declinação magnética é negativa (figura 7.10b), o Norte magnético situa-se a oeste do Norte verdadeiro e o azimuth verdadeiro é obtido da seguinte forma:

$$Az_v = Az_m + (-D)$$

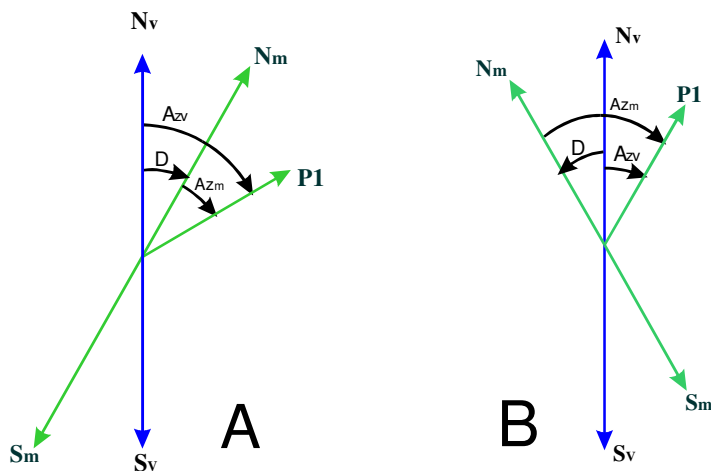


Figura 7.10 - Transformação de azimuth e rumo magnético para verdadeiro e vice-versa.

Exemplo:

1) Sabe-se que o azimute verdadeiro do painel de uma antena em Curitiba ($\phi = 25^{\circ}25'S$, $\lambda = 49^{\circ}13'W$) é $45^{\circ} 21'$ no dia 14 de maio de 2001 e a correspondente declinação magnética é $17^{\circ} 32' W$. Calcular o azimute magnético para a direção em questão, tendo em vista que a empresa só dispõe de bússola para a orientação.

$$Az_v = Az_m + (-D)$$

$$Az_m = Az_v - (-D)$$

$$Az_m = 45^{\circ} 21' - (-17^{\circ} 32')$$

$$Az_m = 62^{\circ} 53'$$

7.4 - Bússolas

A bússola é um instrumento idealizado para determinar a direção dos alinhamentos em relação à meridiana dada pela agulha magnética.

Uma bússola consiste essencialmente de uma agulha magnetizada, livremente suportada no centro de um círculo horizontal graduado, também conhecido como limbo.

A figura 7.11, apresenta um modelo de bússola utilizada em conjunto com teodolitos.

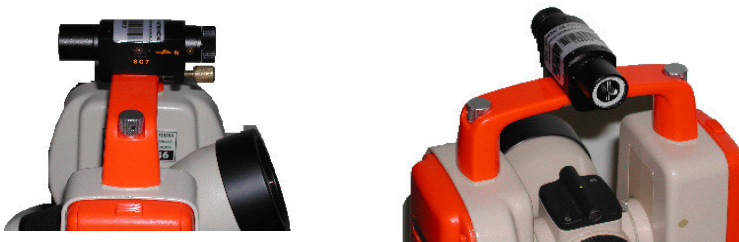


Figura 7.11 - Teodolito TC100 com bússola.

7.4.1 - Inversão dos Pontos “E” e “W” da bússola

No visor da bússola, além da indicação dos valores em graus e minutos, variando de 0° à 360°, encontram-se gravados também os quatro pontos cardeais (Norte “N”, Sul “S”, Leste “E”, Oeste “W”).

Uma questão importante deve ser observada: para determinados tipos de bússolas os pontos cardeais E e W, estão invertidos na representação gravada no limbo. Estas bússolas são denominadas de bússolas de rumo. Para tanto se alinha a marcação da direção Norte, dada pela agulha da bússola, com o alinhamento e, onde a agulha estabilizar faz-se a leitura do rumo da direção.

7.4.2 - Utilização da Bússola

Normalmente antes de utilizar qualquer instrumento deve-se realizar uma checagem no mesmo. No caso da bússola, as seguintes precauções devem ser tomadas:

Quanto à sensibilidade: ao soltar a agulha de uma bússola de boa qualidade, a mesma realiza aproximadamente 25 oscilações até estabilizar;

Quanto à centragem: duas leituras opostas devem diferir de 180°, caso contrário a agulha ou seu eixo provavelmente estão tortos ou o eixo está inclinado;

Quanto ao equilíbrio: ao nivelar-se o prato da bússola, a altura dos extremos da agulha deve ser igual.

Como já foi visto anteriormente, a bússola contém uma agulha imantada, portanto, deve-se evitar a denominada atração local, que é devido à influência de objetos metálicos como relógios, canivetes, etc., bem como de certos minerais como pirita e magnetita. Também a proximidade de campos magnéticos anômalos gerados por redes de alta tensão, torres de transmissão e retransmissão, sistemas de aterramento, entre outros, podem causar variações ou interferências na bússola.

Uma das maneiras de se determinar a influência da atração local consiste em se efetuar diversas observações ao longo de um alinhamento.

Um alinhamento qualquer no terreno forma um ângulo com a ponta Norte da agulha. Portanto, em qualquer posição deste alinhamento o rumo ou azimuth magnético deve ser igual.

7.4.3 - Exercício

Sua empresa foi contratada para implantar uma antena de transmissão no alto de uma colina com as seguintes características.

- 15 km contados a partir do marco zero implantado no centro da praça principal da cidade seguindo a orientação de 30° NE.

Caso não houvesse formas visuais de localizar o ponto de partida, como o técnico faria para voltar ao centro da cidade?

7.5 - Métodos de Determinação do Norte Verdadeiro

A determinação do Norte verdadeiro, fundamentada em determinações astronômicas e utilizando o sistema GPS ou um giroscópio, é mais precisa que a técnica que se baseia na determinação do Norte magnético para uma posterior transformação.

Esta técnica deve ser evitada, independente da precisão solicitada, quando se aplica em locais onde existe exposição de rochas magnetizadas que por ventura possam induzir a uma interpretação errônea por suas influências sobre a agulha imantada da bússola.

8 - LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO - PLANIMETRIA

8.1 - Introdução

Durante um levantamento topográfico, normalmente são determinados pontos de apoio ao levantamento (pontos planimétricos, altimétricos ou planialtimétricos), e a partir destes, são levantados os demais pontos que permitem representar a área levantada. A primeira etapa pode ser chamada de estabelecimento do apoio topográfico e a segunda de levantamento de detalhes.

De acordo com a NBR 13133 (ABNT 1994, p.4) os pontos de apoio são definidos por:

“pontos, convenientemente distribuídos, que amarram ao terreno o levantamento topográfico e, por isso, devem ser materializados por estacas, piquetes, marcos de concreto, pinos de metal, tinta, dependendo da sua importância e permanência.”



Ponto pintado
na calçada



Marco de
concreto



Chapas de identificação
de pontos

Figura 8.1 - Diferentes formas de materialização de pontos.

A figura 8.1 apresenta algumas formas de materialização dos pontos. Para os pontos de apoio ou pontos que serão utilizados em trabalhos futuros é comum elaborar-se a chamada “monografia do

ponto”, a qual apresenta diversas informações, como coordenadas, croqui de localização, data de levantamento, foto do ponto, etc. A figura 8.2 apresenta um modelo de monografia.

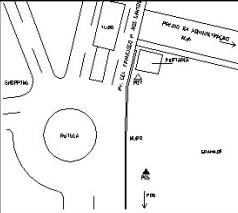
Monografia de Marcos	
Universidade Federal do Paraná Setor de Ciências da Terra Departamento de Geomática	
Nome da Estação: RN 103 - Rótula	Nº do Ponto da Poligonal: P06
Obra: Mapeamento dos Campus Centro Politécnico e Jardim Botânico da UFPR	
Dados Gerais	
Projeto: Levantamento Planimétrico Local: Centro Politécnico da Universidade Federal do Paraná Objetivo: Levantamento do Contorno do Centro Politécnico. Data: 03/2001 Coordenadas (Coordenadas Topográficas): X = 678.025,450 m Y = 183.973,345 m Z =	
Descrição do Ponto: Marco de concreto com elevação de 40cm a partir do solo, com uma placa de identificação localizada no centro superior do marco.	
Croqui	Itinerário
	Partindo do portão de entrada do Centro Politécnico com acesso a BR 277, caminha-se em direção a RN 102. A partir dessa, continua-se seguindo o muro de palito aproximadamente 100 metros. O marco materializando essa estação encontra-se a alguns metros do muro de palito, próximo a algumas árvores.
Foto	
	

Figura 8.2 - Monografia de ponto topográfico.

O levantamento de detalhes é definido na NBR 13133 (ABNT 1994, p.3) como:

“conjunto de operações topográficas clássicas (poligonais, irradiações, interseções ou por ordenadas sobre uma linha-base), destinado à determinação das posições planimétricas e/ou altimétricas dos pontos, que vão permitir a representação do terreno a ser levantado topograficamente a partir do apoio topográfico. Estas operações podem conduzir,

simultaneamente, à obtenção da planimetria e da altimetria, ou então, separadamente, se as condições especiais do terreno ou exigências do levantamento obrigarem à separação.”

A representação topográfica estará baseada em pontos levantados no terreno, para os quais são determinadas as coordenadas. No próximo capítulo serão apresentadas algumas técnicas de medição aplicadas ao levantamento planimétrico.

8.2 - Cálculo de Coordenadas na Planimetria

Nesta fase, será detalhado o desenvolvimento necessário para a determinação das coordenadas planas, ou seja, as coordenadas x e y . A obtenção da coordenada z será discutida quando da apresentação do conteúdo referente à altimetria.

As projeções planas são obtidas em função da distância entre os vértices de um alinhamento e o azimuth ou rumo, magnético ou geográfico, deste mesmo alinhamento. De uma forma mais simples, pode-se dizer que a projeção em “X” é a representação da distância entre os dois vértices do alinhamento sobre o eixo das abscissas e a projeção em “Y” a representação da mesma distância no eixo das ordenadas (figura 8.3).

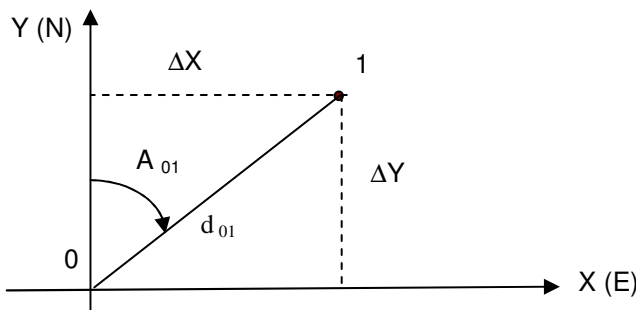


Figura 8.3 - Representação da projeção da distância D em X (ΔX) e em Y (ΔY).

Sendo:

- d_{01} : distância horizontal entre os vértices 0 e 1;
- A_{01} : azimuth da direção 0-1;
- ΔX : projeção da distância d_{01} sobre o eixo X ;
- ΔY : projeção da distância d_{01} sobre o eixo Y;

Considerando a figura 8.3 e utilizando os conceitos de Trigonometria plana, vistos no capítulo 2, é possível calcular as projeções em “X” e “Y” da seguinte forma:

$$\Delta X = d_{01} \times \cos A_{01} \quad (8.1)$$

$$\Delta Y = d_{01} \times \sin A_{01} \quad (8.2)$$

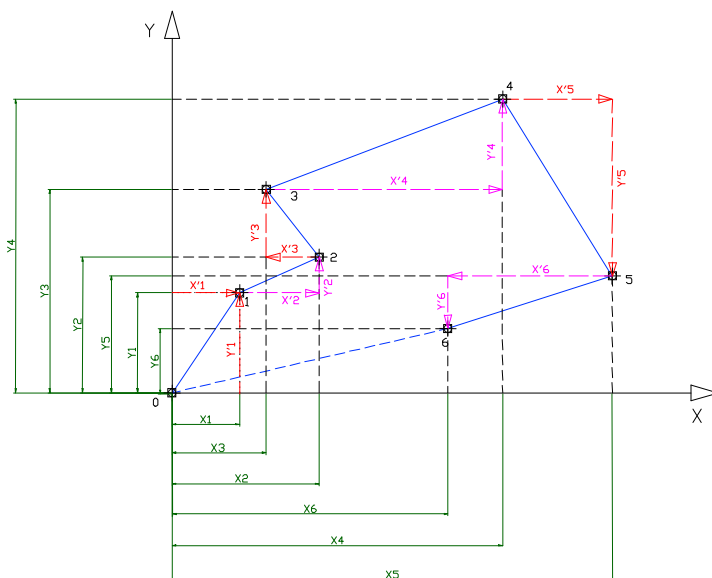


Figura 8.4 - Representação de uma poligonal e suas respectivas projeções.

Considerando a poligonal representada na figura 8.4, as coordenadas dos vértices da mesma são obtidas através da soma algébrica das projeções.

Logo:

$$X_i = \sum X'_i \quad \text{e} \quad Y_i = \sum Y'_i$$

8.3 - Cálculo de Azimutes a Partir de Coordenadas Planimétricas de Dois Pontos

Conhecendo-se as coordenadas planimétricas de dois pontos é possível calcular o azimuth da direção formada entre eles. Voltando à Figura 8.3, obtém-se:

$$\operatorname{tg} A_{01} = \frac{\Delta X}{\Delta Y} \quad (8.3)$$

$$A_{01} = \arctg \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right) \quad (8.4)$$

$$\Delta X = X_1 - X_0 \quad (8.5)$$

$$\Delta Y = Y_1 - Y_0 \quad (8.6)$$

De acordo com a definição vista no item 7.2.1, Azimute de uma direção é medido a partir do Norte, no sentido horário, varia de 0° a 360° e consiste no ângulo formado entre a meridiana de origem que contém os Pólos, magnéticos ou geográficos, e a direção considerada.

Para realizar posterior análise de quadrante, é importante que ΔX e ΔY sejam obtidos fazendo-se sempre a coordenada do segundo ponto menos a coordenada do primeiro.

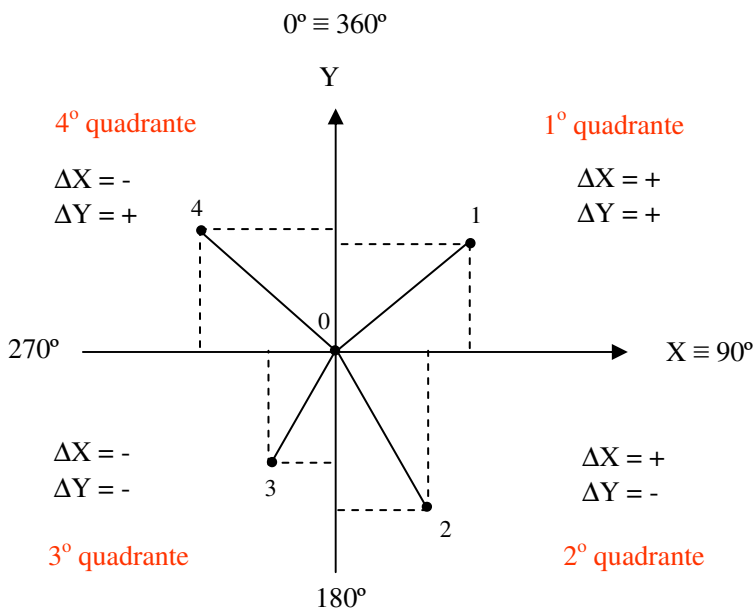


Figura 8.5 - Quadrantes do Azimute.

Na Figura 8.5, observa-se que as projeções ΔX e ΔY da direção 0-1 sobre os eixos cartesianos X e Y são positivas. Analogamente, para a direção 0-2, a projeção sobre o eixo X é positiva e sobre o eixo Y é negativa. Considerando-se a direção 0-3, verifica-se que ambas as projeções são negativas. E, a direção 0-4 apresenta a projeção sobre o eixo X negativa e sobre o eixo Y positiva.

8.3.1 - Exercícios

1) Calcular o azimute da direção 1-2 conhecendo-se as coordenadas:

$$X_1 = 459,234\text{m} \quad Y_1 = 233,786\text{ m}$$

$$X_2 = 778,546\text{m} \quad Y_2 = 451,263\text{ m}$$

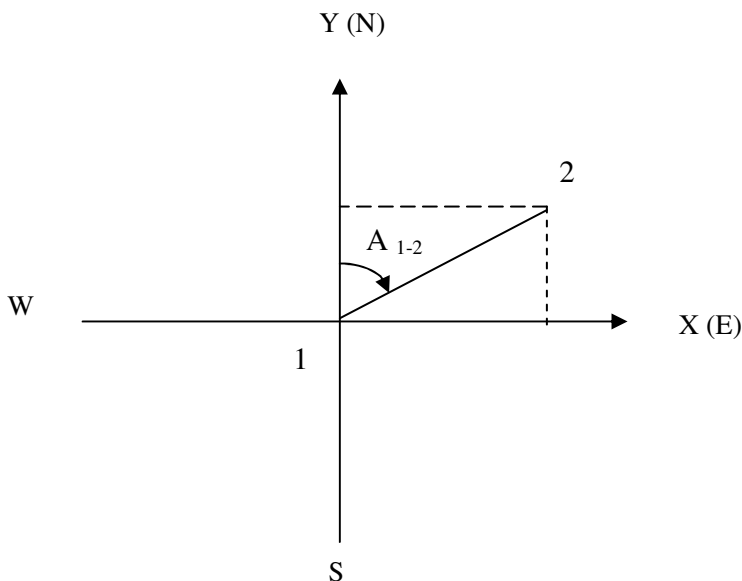


Figura 8.6 - Representação do azimute da direção 1-2.

Neste caso ΔX e ΔY são positivos, portanto, o azimute da direção 1-2 está no 1º quadrante, entre 0° e 90° e é igual a $55^\circ 44' 31''$.

2) Calcular o azimute da direção 2-3 sendo:

$$X_2 = 459,234 \text{ m}$$

$$Y_2 = 233,786 \text{ m}$$

$$X_3 = 498,376 \text{ m}$$

$$Y_3 = 102,872 \text{ m}$$

Fazendo

$$\Delta X = X_3 - X_2 \text{ tem-se } \Delta X = + 39,142 \text{ m}$$

$$\Delta Y = Y_3 - Y_2 \text{ tem-se } \Delta Y = - 130,914 \text{ m}$$

Como ΔX é positivo e ΔY é negativo, sabe-se que o azimute da direção 2-3 está no 2º quadrante, ou seja, entre 90° e 180° , conforme ilustra a Figura 8.7.

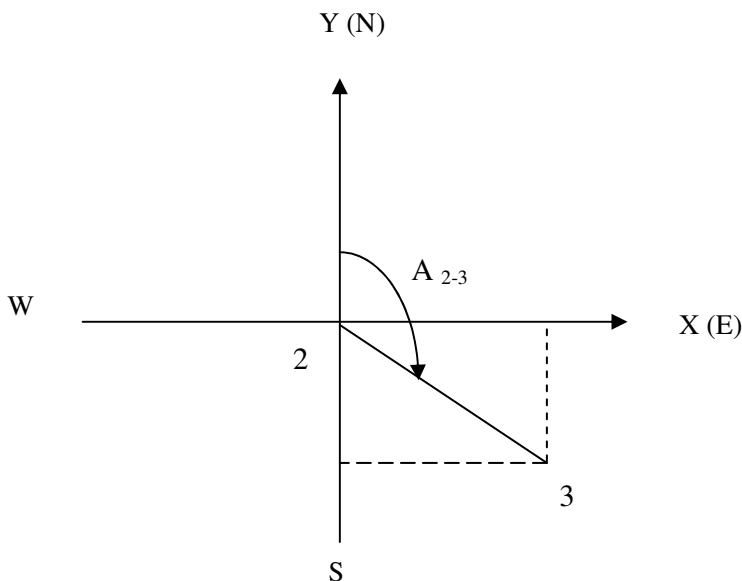


Figura 8.7 - Representação do azimuth da direção 2-3.

Para obter-se o azimuth da direção 2-3 no 2º quadrante, extrai-se o arco-tangente do módulo do quociente ($\Delta X/\Delta Y$), obtendo-se um arco no 1º. quadrante:

$$A_{2-3} = 16^\circ 38' 46'' \text{ (1º. quadrante)}$$

A seguir, faz-se a redução ao 2º quadrante:

$$A_{2-3} \text{ (2º Quadrante)} = 180^\circ - [\text{arco (1º quadrante)}]$$

$$A_{2-3} \text{ (2º Quadrante)} = 180^\circ - 16^\circ 38' 46''$$

$$A_{2-3} \text{ (2º Quadrante)} = 163^\circ 21' 14''$$

3) Calcular o azimuth da direção 3-4 sendo:

$$X_3 = 459,234\text{m} \qquad Y_3 = 233,786 \text{ m}$$

$$X_4 = 285,550 \text{ m} \qquad Y_4 = 99,459 \text{ m}$$

Fazendo $\Delta X = X_4 - X_3$ tem-se $\Delta X = - 173,684 \text{ m}$
 $\Delta Y = Y_4 - Y_3$ tem-se $\Delta Y = - 134,327 \text{ m}$

Como ΔX e ΔY são negativos o azimuth da direção 3-4 está no 3º quadrante, entre 180° e 270° , conforme ilustra a Figura 8.8.

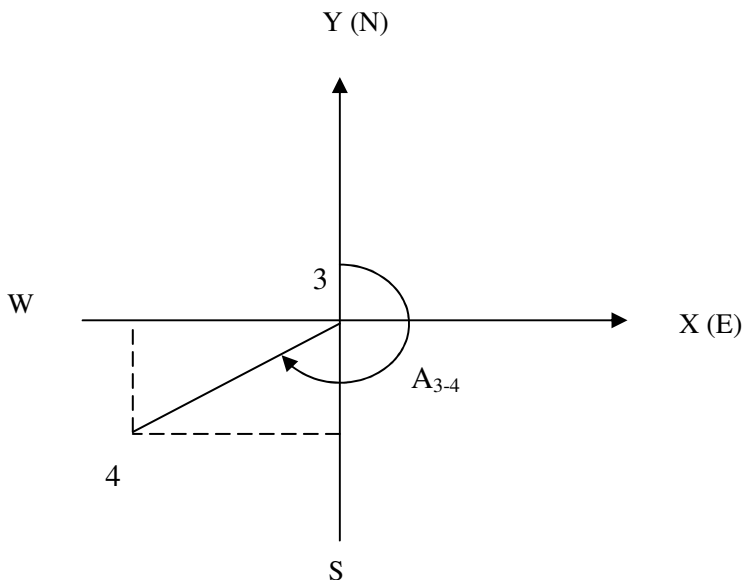


Figura 8.8 - Representação do azimuth da direção 3-4.

$$A_{3-4} = 52^\circ 16' 54'' \text{ (1º quadrante)}$$

Reduzindo ao 3º quadrante:

$$A_{3-4} \text{ (3º Quadrante)} = 180^\circ + [\text{arco (1º quadrante)}]$$

$$A_{3-4} \text{ (3º Quadrante)} = 180^\circ + 52^\circ 16' 54''$$

$$A_{3-4} \text{ (3º Quadrante)} = 232^\circ 16' 54''$$

4) Calcular o azimute da direção 4-5 sendo:

$$X_4 = 459,234\text{m}$$

$$Y_4 = 233,786\text{ m}$$

$$X_5 = 301,459\text{ m}$$

$$Y_5 = 502,591\text{ m}$$

Neste caso, ΔX é negativo e ΔY é positivo e o azimute da direção 4-5 está no 4º quadrante, entre 270° e 360° , conforme ilustra a Figura 8.9.

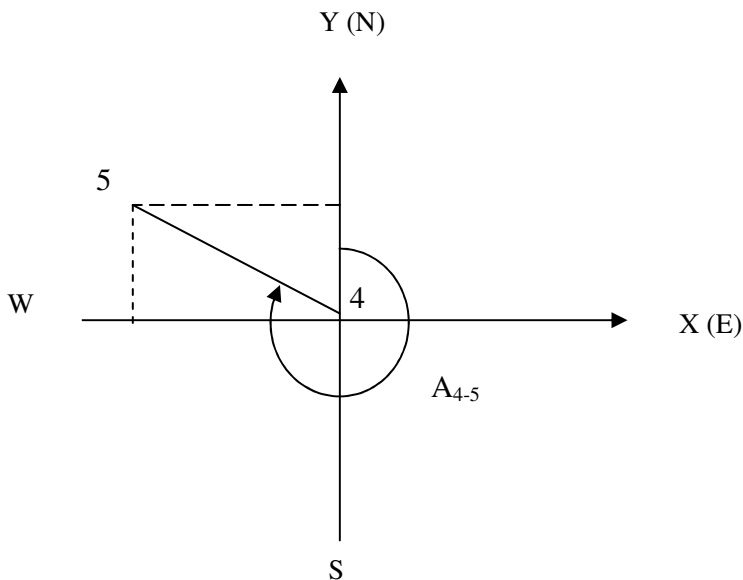


Figura 8.9 - Representação do azimute da direção 4-5.

$$A_{4-5} = 30^\circ 24' 39'' \text{ (1º quadrante)}$$

Fazendo-se a redução ao 4º quadrante:

$$A_{4-5} \text{ (4º Quadrante)} = 360^\circ - [\text{arco (1º quadrante)}]$$

$$A_{4-5} \text{ (4º Quadrante)} = 360^\circ - 30^\circ 24' 39''$$

$$A_{4-5} \text{ (4º Quadrante)} = 329^\circ 35' 21''$$

9 - TÉCNICAS DE LEVANTAMENTO PLANIMÉTRICO

A poligonação é um dos métodos mais empregados para a determinação de coordenadas de pontos em Topografia, principalmente para a definição de pontos de apoio planimétricos. Uma poligonal consiste em uma série de linhas consecutivas onde são conhecidos os comprimentos e direções, obtidos através de medições em campo.

O levantamento de uma poligonal é realizado através do método de caminhamento, percorrendo-se o contorno de um itinerário definido por uma série de pontos, medindo-se todos os ângulos, lados e uma orientação inicial (figura 9.1). A partir destes dados e de uma coordenada de partida, é possível calcular as coordenadas de todos os pontos que formam esta poligonal.

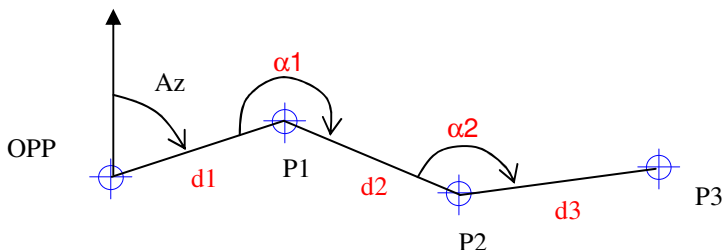


Figura 9.1 - Levantamento de uma poligonal.

Utilizando-se uma poligonal é possível definir uma série de pontos de apoio ao levantamento topográfico, a partir dos quais serão determinadas coordenadas de outros pontos, utilizando, por exemplo, o método de irradiação a ser visto posteriormente.

A NBR 13133 (ABNT, 1994) classifica as poligonais em principal, secundária e auxiliar:

- Poligonal principal: poligonal que determina os pontos de apoio topográfico de primeira ordem;
- Poligonal secundária: aquela que, apoiada nos vértice da poligonal principal determina os pontos de apoio topográfico de segunda ordem;

- Poligonal auxiliar: poligonal que, baseada nos pontos de apoio topográfico planimétrico, tem seus vértices distribuídos na área ou faixa a ser levantada, de tal forma que seja possível coletar, direta ou indiretamente, por irradiação, interseção ou ordenadas sobre uma linha de base, os pontos de detalhes julgados importantes, que devem ser estabelecidos pela escala ou nível de detalhamento do levantamento.

As poligonais levantadas em campo poderão ser fechadas, enquadradas ou abertas.

- Poligonal fechada: parte de um ponto com coordenadas conhecidas e retorna ao mesmo ponto (figura 9.2). Sua principal vantagem é permitir a verificação de erro de fechamento angular e linear.

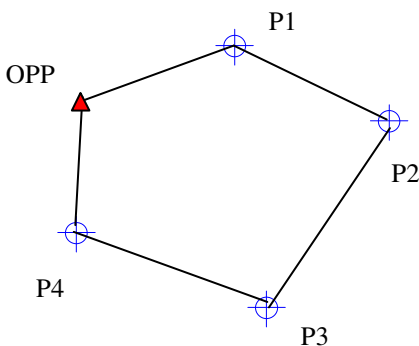


Figura 9.2 - Poligonal fechada.

- Poligonal enquadrada: parte de dois pontos com coordenadas conhecidas e acaba em outros dois pontos com coordenadas conhecidas (figura 9.3). Permite a verificação do erro de fechamento angular e linear.

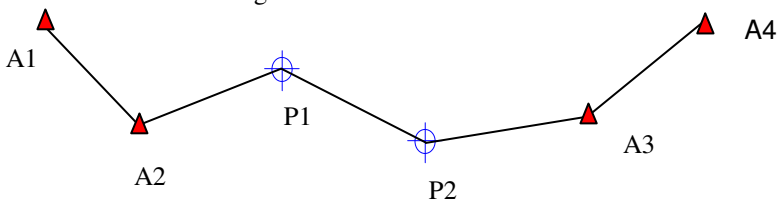


Figura 9.3 - Poligonal enquadrada.

- Poligonal aberta: parte de um ponto com coordenadas conhecidas e acaba em um ponto cujas coordenadas deseja-se determinar (figura 9.4). Não é possível determinar erros de fechamento, portanto devem-se tomar todos os cuidados necessários durante o levantamento de campo para evitá-los.

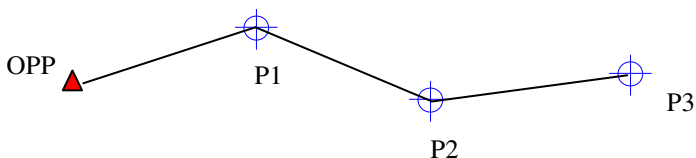


Figura 9.4 - Poligonal aberta.

Como visto anteriormente, para o levantamento de uma poligonal é necessário ter no mínimo um ponto com coordenadas conhecidas e uma orientação. Segundo a NBR 13133 (ABNT, 1994 p.7), na hipótese do apoio topográfico vincular-se à rede geodésica (Sistema Geodésico Brasileiro - SGB), a situação ideal é que pelo menos dois pontos de coordenadas conhecidas sejam comuns (figura 9.5). Neste caso é possível, a partir dos dois pontos determinar um azimuth de partida para o levantamento da poligonal.

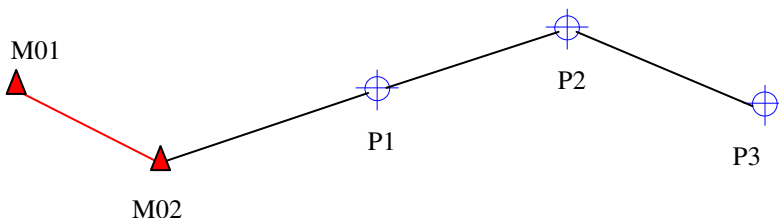


Figura 9.5 - Dois pontos com coordenadas conhecidas e vinculadas ao SGB comuns a poligonal.

Estes dois pontos não necessitam ser os primeiros de uma poligonal, conforme é ilustrado na figura 9.6.

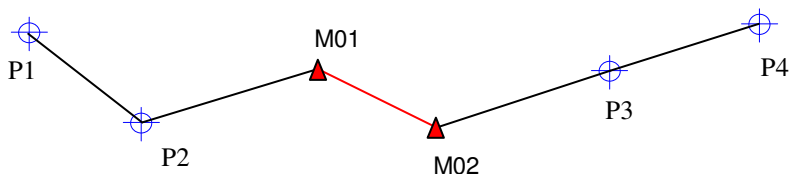


Figura 9.6 - Pontos com coordenadas conhecidas entre pontos da poligonal.

Outros casos podem ocorrer:

- Um vértice do apoio topográfico coincide com um dos vértices da poligonal e é possível observar outro ponto para a obtenção do azimuth de partida (figura 9.7).

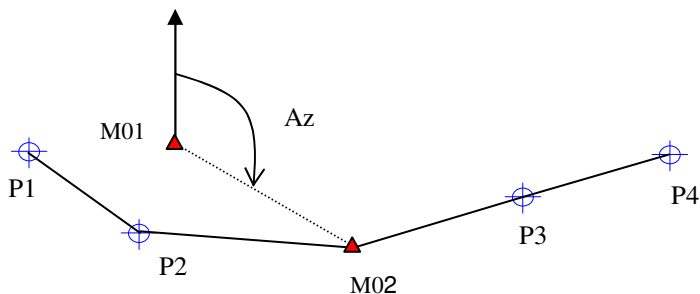


Figura 9.7 - Um vértice de apoio pertencente a poligonal e observação a um segundo vértice.

- Um vértice, sem ser possível observar outro ponto. Determina-se o Norte geográfico com precisão compatível à precisão do levantamento (figura 9.8).

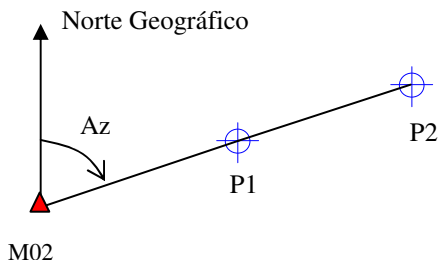


Figura 9.8 - Norte Geográfico e um ponto com coordenadas conhecidas.

- Nenhum ponto referenciado ao SGB faz parte da poligonal, porém existem pontos próximos a poligonal de trabalho (figura 9.9). Neste caso efetua-se o transporte de coordenadas através de uma poligonal de apoio.

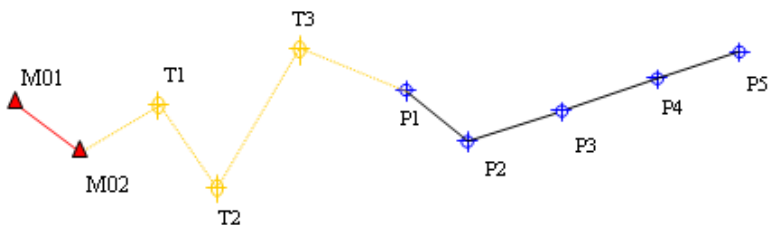


Figura 9.9 - Transporte de coordenadas utilizando uma poligonal de apoio.

- Nenhum ponto referenciado ao SGB faz parte da poligonal, porém existem alguns pontos próximos a poligonal de trabalho permitindo que, através do problema de Pothénot, sejam

determinadas as coordenadas de um ponto da poligonal (figura 9.10).

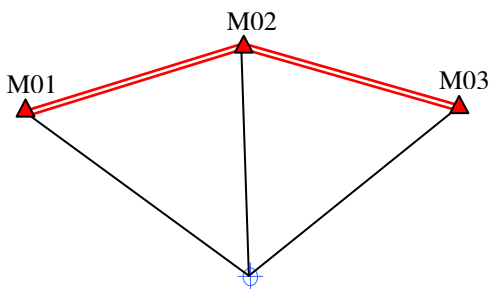


Figura 9.10 - Problema de Pothénot.

- Como caso mais geral e menos recomendado, são atribuídas coordenadas arbitrárias para um vértice e determinado o Norte geográfico por Astronomia ou utilizando um giroscópio. Se isto não for possível, determina-se a orientação através do Norte magnético.
- É possível ainda ter o eixo Y orientado segundo uma direção qualquer como o alinhamento de um meio fio, por exemplo (figura 9.11). Deve ser indicada a direção do Norte geográfico ou magnético.

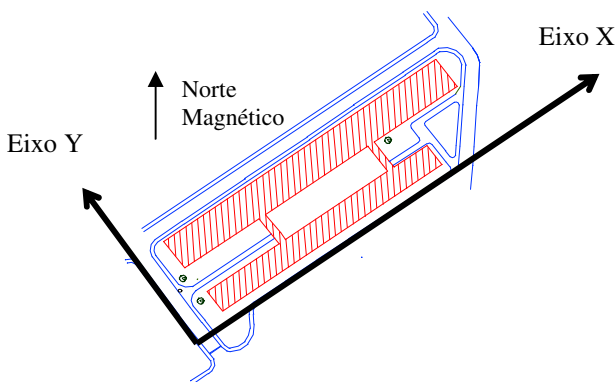


Figura 9.11 - Eixo Y orientado segundo um alinhamento de meio fio.
9.1 - Levantamento e Cálculo de Poligonais Fechadas

Como visto anteriormente, a vantagem de utilizar uma poligonal fechada é a possibilidade verificar os erros angular e linear cometidos no levantamento da mesma.

9.1.1 - Levantamento da Poligonal

Um dos elementos necessários para a definição de uma poligonal são os ângulos formados por seus lados. A medição destes ângulos pode ser feita utilizando técnicas como pares conjugados, repetição ou outra forma de medição de ângulos. Normalmente são determinados os ângulos externos ou internos da poligonal (figura 9.12). É possível ainda realizar a medida dos ângulos de deflexão dos lados da poligonal (figura 9.13).

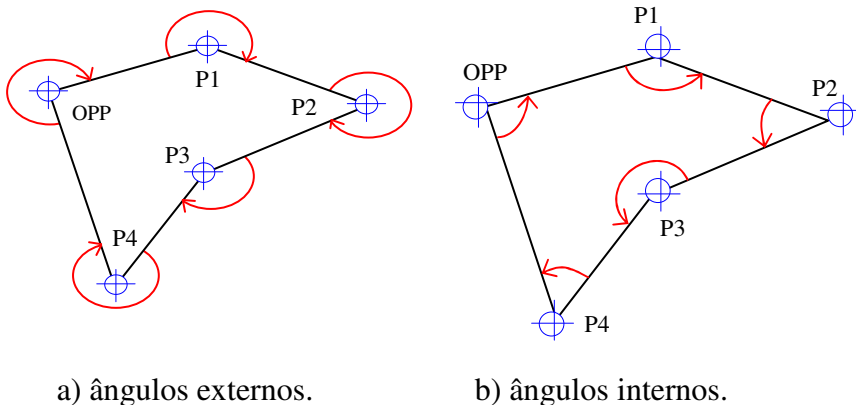
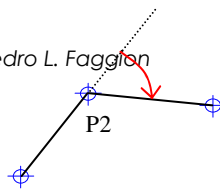


Figura 9.12 - Ângulos externos e internos de uma poligonal fechada.



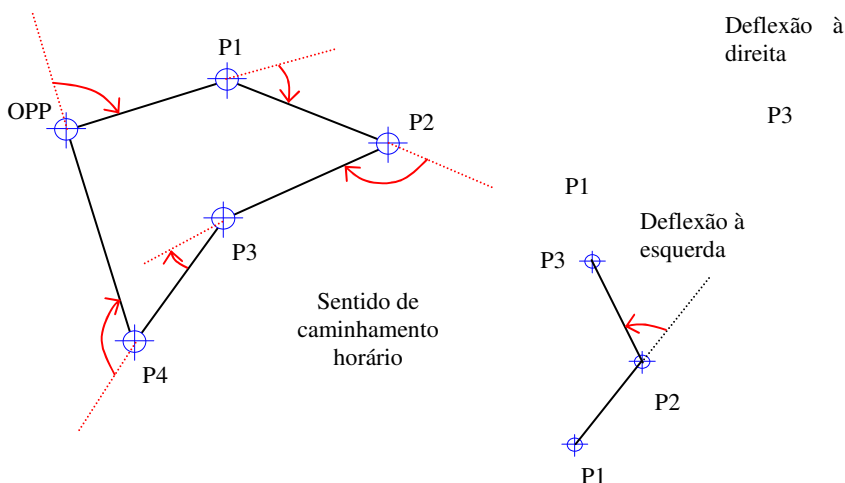


Figura 9.13 - Ângulos de deflexão de uma poligonal fechada.

No texto a seguir, o sentido de caminhamento para o levantamento da poligonal será considerado como sendo o sentido horário. Dois conceitos importantes, a saber: estação ré e estação vante. No sentido de caminhamento da poligonal, a estação anterior a estação ocupada denomina-se de estação RÉ e a estação seguinte de VANTE (figura 9.14).



Figura 9.14 - Estação ré e vante.

Neste caso os ângulos determinados são chamados de ângulos horizontais horários (externos) e são obtidos da seguinte forma:

estaciona-se o equipamento na estação onde serão efetuadas as medições, faz-se a pontaria na estação ré e depois faz-se a pontaria na estação vante. O ângulo horizontal externo será dado por:

$$\hat{\text{Ângulo}} = \text{leitura de vante} - \text{leitura de ré} \quad (9.1)$$

A figura 9.15 ilustra a determinação deste ângulo. Deve-se tomar o cuidado de posicionar exatamente sobre o alvo o fio de retículo vertical, visto que este será a referência para a medida do ângulo horizontal.

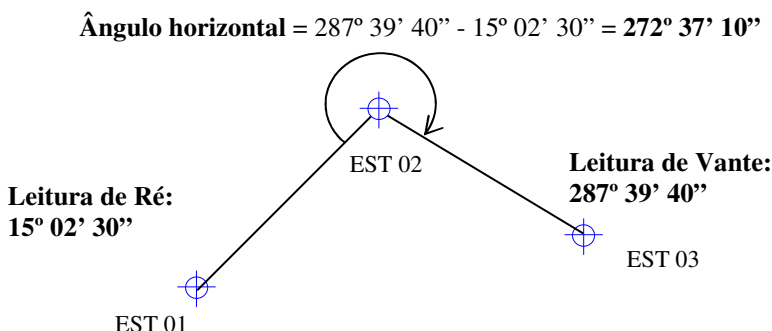


Figura 9.15 - Medida do ângulo horizontal.

Os comprimentos dos lados da poligonal são obtidos utilizando-se trena, taqueometria ou estação total, sendo este último o método mais empregado atualmente. Não se deve esquecer que as distâncias medidas devem ser reduzidas a distâncias horizontais para que seja possível efetuar o cálculo das coordenadas. A orientação e as coordenadas de partida da poligonal serão obtidas conforme visto anteriormente.

9.1.2 - Cálculo de uma Poligonal Fechada

A partir dos dados medidos em campo (ângulos e distâncias), orientação inicial e coordenadas do ponto de partida é possível calcular as coordenadas de todos os pontos da poligonal. Inicia-se o cálculo a partir do ponto de partida (costuma-se empregar a nomenclatura OPP

para designar o ponto de partida). A figura a seguir ilustra o processo de cálculo.

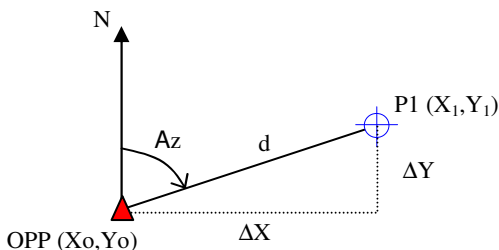


Figura 9.16 - Cálculo das coordenadas.

Onde:

Az: Azimute da direção OPP-P1;

d: distância horizontal entre os pontos OPP e P1;

Xo e Yo: Coordenadas do ponto OPP;

X1 e Y1: Coordenadas do ponto P1.

As coordenadas do ponto P1 serão dadas por (9.2) e (9.3).

$$X_1 = X_o + \Delta X \quad (9.2)$$

$$Y_1 = Y_o + \Delta Y \quad (9.3)$$

Onde ΔX e ΔY são calculados por:

$$\Delta X = d \times \text{sen} (Az) \quad (9.4)$$

$$\Delta Y = d \times \cos (Az) \quad (9.5)$$

A partir da coordenada do ponto P1 será possível calcular a coordenada do próximo ponto e assim por diante.

9.1.2.1 - Verificação do Erro de Fechamento Angular

Para a poligonal fechada, antes de calcular o azimute das direções, é necessário fazer a verificação dos ângulos medidos. Uma vez que a poligonal forma um polígono fechado é possível verificar se houve algum erro na medição dos ângulos. Em um polígono qualquer, o somatório dos ângulos externos deverá ser igual a:

$$\text{Somatório dos ângulos medidos} = (n + 2) \times 180^\circ \quad (9.6)$$

Onde **n** é o número de estações da poligonal.

O erro angular (e_a) cometido será dado por:

$$e_a = \text{Somatório dos ângulos medidos} - (n+2) \times 180^\circ \quad (9.7)$$

Para ângulos internos o somatório dos mesmos deverá ser igual ao número de estações menos dois, multiplicado por 180° .

Este erro terá que ser menor que a tolerância angular (ϵ_a), que pode ser entendida como o erro angular máximo aceitável nas medições. Se o erro cometido for menor que o erro aceitável, deve-se realizar uma distribuição do erro cometido entre as estações e somente depois realizar o cálculo dos azimutes. É comum encontrar a seguinte equação para o cálculo da tolerância angular:

$$\epsilon_a = p \times \sqrt{m} \quad (9.8)$$

Onde **m** é o número de ângulos medidos na poligonal e **p** é precisão nominal do equipamento de medição angular. Em uma poligonal fechada o número de estações é igual ao número de ângulos medidos, portanto, **m = n**.

Caso o erro cometido seja maior que o erro tolerável é necessário refazer as medições angulares.

Quando a pontaria for realizada sobre uma baliza deve-se tomar o cuidado de posicionar o retículo vertical exatamente sobre o eixo da baliza, considerando-se que a mesma encontra-se perfeitamente na vertical. Do ponto de vista prático, quando a baliza está próxima ao

equipamento, a chance de cometer um erro de pontaria é maior, conforme ilustra a figura 9.17.

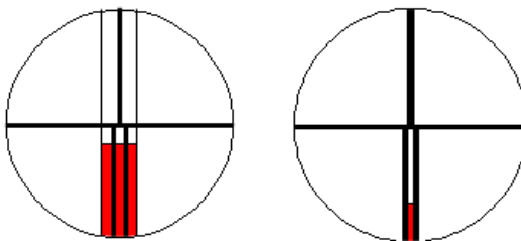


Figura 9.17 - Pontaria em baliza próxima ao equipamento e longe.

Assim, um critério utilizado para a eliminação do erro angular cometido é distribuí-lo nos ângulos formados pelos menores lados da poligonal. Outro critério empregado é distribuir proporcionalmente o erro para cada estação. Em qualquer um dos casos, a correção calculada não deve ser inferior à precisão com que foram realizadas as medições.

9.1.2.2 - Cálculo dos Azimutes

Como a orientação é determinada apenas para uma direção da poligonal, é necessário efetuar o cálculo dos azimutes para todas as demais direções da poligonal. Isto é feito utilizando os ângulos horizontais medidos em campo.

A figura 9.17 ilustra este cálculo. A partir do azimuth inicial da direção OPP-P1 e ângulo horizontal externo OPP-P1-P2 (aqui denominado de α , medido no sentido horário) é possível calcular o azimuth da direção P1-P2 a partir da equação (9.9).

$$Az_{P1-P2} = Az_{OPP-P1} + \alpha - 180^\circ \quad (9.9)$$

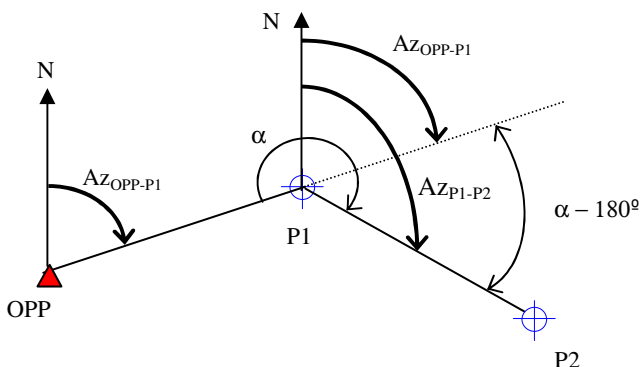


Figura 9.18 - Cálculo do azimute.

Expressão genérica para o cálculo do azimute:

$$Az_{i,i+1} = Az_{i-1,i} + \alpha_i - 180^\circ \quad (9.10)$$

Sendo:

- i variando de 0 a $(n-1)$, onde n é o número de estações da poligonal.;

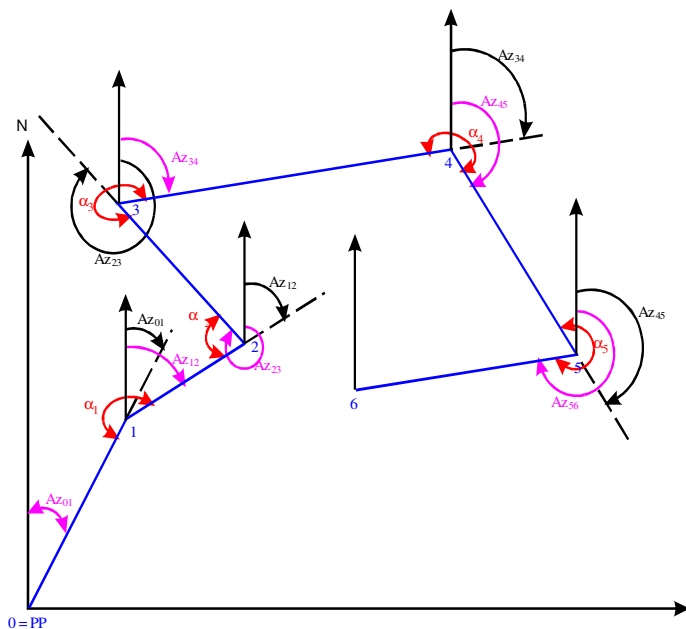
- se $i + 1 > n$ então $i = 0$;

- se $i - 1 < 0$ então $i = n$.

Se o valor resultante da equação (9.10) for maior que 360° deve-se subtrair 360° do mesmo e se for negativo deverá ser somado 360° ao resultado. Quando se trabalhar com ângulos medidos no sentido anti-horário, deve-se somar 180° e subtrair o valor de α do azimute.

9.1.2.2.1 - Exercício

Calcular os azimutes das direções consecutivas em função dos ângulos horizontais medidos no sentido horário.



$$Az_{01} = 30^{\circ}10'15''$$

$$\alpha_1 = 210^{\circ}15'13''$$

$$\alpha_2 = 78^{\circ}40'10''$$

$$\alpha_3 = 310^{\circ}12'44''$$

$$\alpha_4 = 250^{\circ}26'18''$$

$$\alpha_5 = 280^{\circ}10'44''$$

9.1.2.3 - Cálculo das Coordenadas Parciais

Após todos os ângulos terem sido corrigidos e os azimutes calculados é possível iniciar o cálculo das coordenadas parciais dos pontos, conforme as equações a seguir.

$$X_i = X_{i-1} + d_{i-1,i} \cdot \sin(Az_{i-1,i}) \quad (9.11)$$

$$Y_i = Y_{i-1} + d_{i-1,i} \cdot \cos(Az_{i-1,i}) \quad (9.12)$$

9.1.2.4 - Verificação do Erro de Fechamento Linear

A partir do ponto de partida (OPP), calculam-se as coordenadas dos demais pontos até retornar ao ponto de partida. A diferença entre as coordenadas calculadas e as fornecidas para este ponto resultará no chamado erro planimétrico ou erro linear cometido (figura 9.19). Como os ângulos foram ajustados, este erro será decorrente de imprecisões na medição das distâncias.

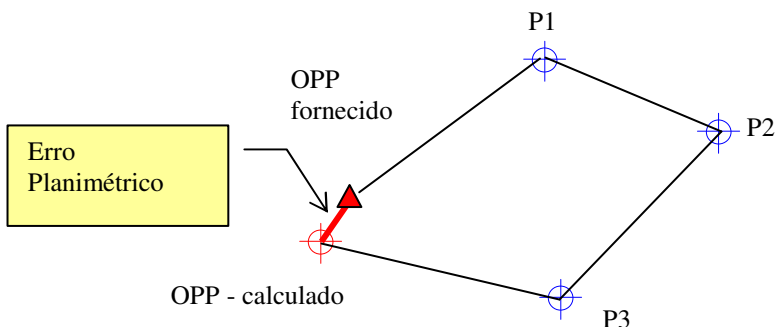


Figura 9.19 - Erro planimétrico.

O erro planimétrico pode ser decomposto em uma componente na direção X e outra na direção Y (figura 9.20).

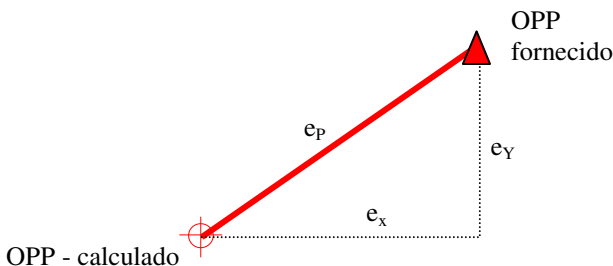


Figura 9.20 - Decomposição do erro planimétrico.

Os valores de e_x e e_y podem ser calculados por:

$$e_x = X_{OPP}^C - X_{OPP} \quad (9.13)$$

$$e_y = Y_{OPP}^C - Y_{OPP} \quad (9.14)$$

Onde: X_{OPP}^C e Y_{OPP}^C são as coordenadas calculadas;
 X_{OPP} e Y_{OPP} são as coordenadas fornecidas.

O erro planimétrico ep será dado por:

$$ep = (e_x^2 + e_y^2)^{1/2} \quad (9.15)$$

É necessário verificar se este erro está abaixo de uma determinada tolerância linear. Normalmente esta é dada em forma de escala, como por exemplo, 1:1000. O significado disto é que, em uma poligonal com 1000 m o erro aceitável seria de 1 m. Para calcular o erro planimétrico em forma de escala utilizam-se as seguintes fórmulas:

$$ep = \frac{1}{Z} \quad (9.16)$$

$$Z = \frac{\Sigma d}{\sqrt{e_x^2 + e_y^2}} \quad (9.17)$$

Onde Σd é o perímetro da poligonal (somatório de todas as distâncias da poligonal).

9.1.2.4.1 - Exercício

Dados os valores de erro de fechamento linear e tolerância linear, verificar o levantamento efetuado. São dados:

$$\Sigma d = 1467,434 \text{ m}$$

$$e_x = 0,085 \text{ m}$$

$$e_y = -0,094 \text{ m}$$

$$\text{tolerância linear} = 1:10000$$

$$ep = (e_x^2 + e_y^2)^{1/2}$$

$$ep = (0,085)^2 + (-0,094^2)^{1/2}$$

$$ep = 0,127\text{m}$$

$$Z = \frac{1467,434}{\sqrt{0,085^2 + (-0,094)^2}}$$

$$Z = 11554,59$$

$$e_P = \frac{1}{11554,59}$$

$ep \leq \text{tolerância, então ok!}$

9.1.2.5 - Correção do Erro Linear

Se o erro cometido for menor que o permitido, parte-se então para a distribuição do erro. As correções às coordenadas serão proporcionais às distâncias medidas. Quanto maior for a distância, maior será a correção. Será aplicada uma correção para as coordenadas X e outra para as coordenadas Y, conforme equações abaixo:

$$Cx_i = -e_x \times \frac{d_{i-1,i}}{\Sigma d} \quad (9.18)$$

$$Cy_i = -e_y \times \frac{d_{i-1,i}}{\Sigma d} \quad (9.19)$$

Onde:

Cx_i : correção para a coordenada Xi

Cy_i : correção para a coordenada Yi

Σd : somatório das distâncias

$d_{i-1,i}$: distância parcial i-j

As coordenadas corrigidas serão dadas por:

$$X_i^c = X_{i-1}^c + d_{i-1,i} \times \sin(Az_{i-1,i}) + Cx_i \quad (9.20)$$

$$Y_i^c = Y_{i-1}^c + d_{i-1,i} \times \cos(Az_{i-1,i}) + Cy_i \quad (9.21)$$

9.1.2.6 - Resumo de Cálculo da Poligonal Fechada

A seguir é apresentado um resumo da sequência de cálculo e ajuste de uma poligonal fechada.

- Determinação das coordenadas do ponto de partida;
- Determinação da orientação da poligonal;
- Cálculo do erro de fechamento angular pelo somatório dos ângulos internos ou externos (sentido horário ou anti-horário);
- Distribuição do erro de fechamento angular;
- Cálculo dos Azimutes;
- Cálculo das coordenadas parciais (X, Y);
- Cálculo do erro de fechamento linear;
- Cálculo das coordenadas definitivas (X^C , Y^C).

9.1.2.7 - Exercício

Dada a caderneta de campo abaixo, utilizada para o levantamento de uma poligonal, determinar as coordenadas dos pontos que formam a mesma. São dados:

Azimute da direção OPP-1: $106^\circ 52' 07''$

Coordenadas da estação OPP:

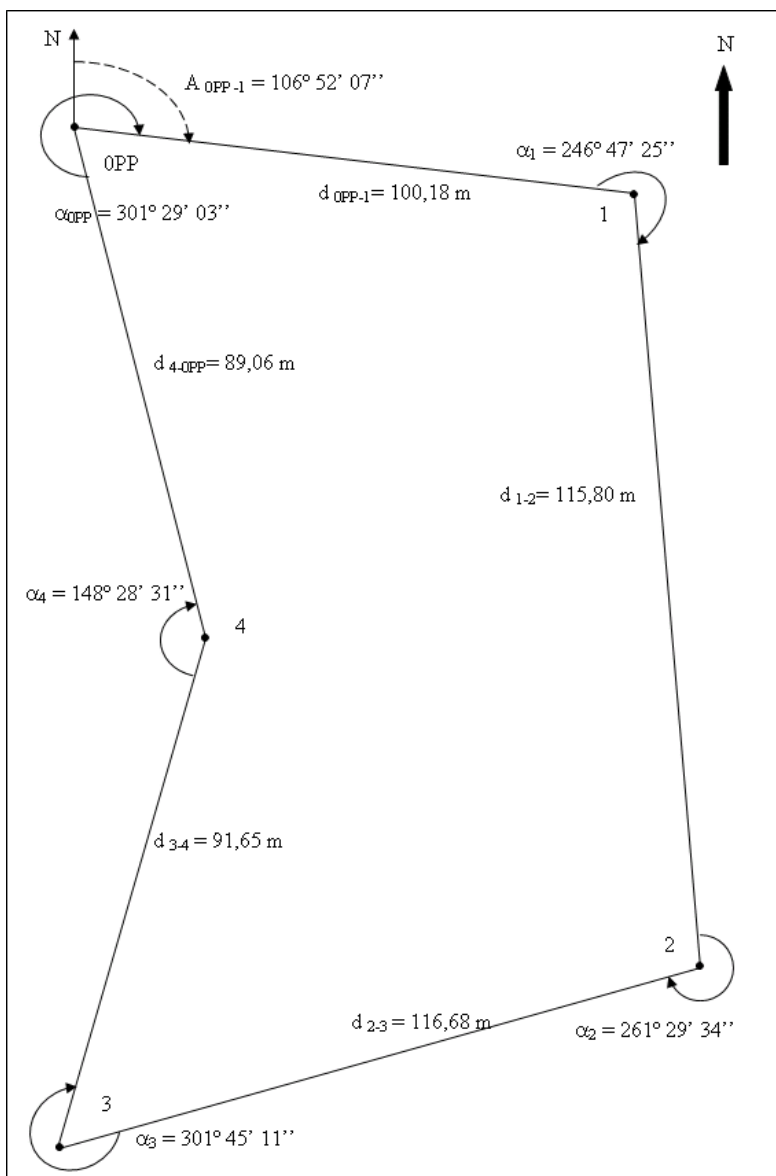
$X_{OPP} = 224,19 \text{ m}$

$Y_{OPP} = 589,25 \text{ m}$

Tolerâncias:

Angular: $10'' \sqrt{m}$ (m = número de ângulos medidos na poligonal)

Linear: 1:2000

**Figura 9.21 - Croqui de uma Poligonal Fechada.**

Luis A. K. Veiga/Maria A. Z. Zanetti/Pedro L. Faggion

Ponto	Direção	Ângulo Horizontal	Distância (m)
OPP	OPP-1		100,18
1	1-2	246° 47' 25''	115,80
2	2-3	261° 29' 34''	116,68
3	3-4	301° 45' 11''	91,65
4	4-OPP	148° 28' 31''	89,06
5≡OPP		301° 29' 03''	

1) Verificação do erro angular

e_a = Somatório dos ângulos medidos - $(n+2) \times 180^\circ$

$n = 5$ (cinco pontos)

$e_a = 1259^\circ 59' 44'' - 1260^\circ = -16''$

Tolerância angular:

$$\varepsilon_a = 10'' \sqrt{m} = 10'' \sqrt{5} = \pm 22'' \quad |e_a| < |\varepsilon_a| \text{ então OK!}$$

2) Correção do erro angular

Ponto	Direção	Ângulo Horizontal	Correção	Ângulo Corrigido	Distância (m)
OPP	OPP-1				100,18
1	1-2	246° 47' 25''	+3''	246° 47' 28''	115,80
2	2-3	261° 29' 34''	+3''	261° 29' 37''	116,68
3	3-4	301° 45' 11''	+3''	301° 45' 14''	91,65
4	4-OPP	148° 28' 31''	+3''	148° 28' 34''	89,06
5≡OPP		301° 29' 03''	+4''	301° 29' 07''	
Σ			+16''	1260°	

A maior correção se dará no ângulo formado pelos menores lados da poligonal.

O sinal da correção deve ser contrário ao sinal do erro.

Verificando: Σ dos ângulos corrigidos - $(n+2) \times 180^\circ = 0$
 $1260^\circ - 1260^\circ = 0$

3) Cálculo dos Azimutes

Ponto	Direção	Ângulo Corrigido	Azimute
OPP	OPP-1		106° 52' 07''
1	1-2	246° 47' 28''	173° 39' 35''
2	2-3	261° 29' 37''	255° 09' 12''
3	3-4	301° 45' 14''	16° 54' 26''
4	4-OPP	148° 28' 34''	345° 23' 00''
5≡OPP		301° 29' 07''	106° 52' 07''

$$Az_{1-2} = Az_{OPP} + \alpha_1 - 180^\circ$$

$$Az_{1-2} = 106^\circ 52' 07'' + 246^\circ 47' 28'' - 180^\circ$$

$$Az_{1-2} = 173^\circ 39' 35''$$

$$Az_{2-3} = 255^\circ 09' 12''$$

$$Az_{3-4} = 16^\circ 54' 26''$$

$$Az_{4-OPP} = 345^\circ 23' 00''$$

4) Cálculo das coordenadas provisórias (os cálculos foram realizados considerando-se três casas decimais após a vírgula)

$$X_i = X_{i-1} + d_{i-1,i} \times \sin(Az_{i-1,i})$$

$$Y_i = Y_{i-1} + d_{i-1,i} \times \cos(Az_{i-1,i})$$

$$X_1 = X_{OPP} + d_{OPP-1} \times \sin Az_{OPP-1}$$

$$X_1 = 224,19 + 100,18 \times \sin 106^\circ 52' 07''$$

$$X_1 = 320,060m$$

$$Y_1 = Y_{OPP} + d_{OPP-1} \times \cos Az_{OPP-1}$$

$$Y_1 = 589,250 + 100,18 \times \cos 106^\circ 52' 07''$$

$$Y_1 = 560,180m$$

$$X_2 = 332,848m$$

$$Y_2 = 445,090m$$

$$X_3 = 220,067m$$

$$Y_3 = 415,193m$$

$$X_4 = 246,721m$$

$$Y_4 = 502,882m$$

$$X_{OPP}^{Calculado} = 224,247m$$

$$Y_{OPP}^{Calculado} = 589,060m$$

5) Verificação do erro linear

$$e_x = X_{OPP}^{Calculado} - X_{OPP} = 224,247 - 224,190 = 0,057m$$

$$e_y = Y_{OPP}^{Calculado} - Y_{OPP} = 589,060 - 589,250 = -0,190m$$

$$e_p = \left(e_x^2 + e_y^2 \right)^{1/2}$$

$$e_p = \left(0,057^2 + (-0,190)^2 \right)^{1/2}$$

$$e_p = 0,19848306m$$

Expressando o erro em forma de escala:

$$Z = \frac{513,37}{\sqrt{0,057^2 + (-0,190)^2}}$$

$$Z \approx 2586$$

$$e_p = \frac{1}{2586}$$

$$\frac{1}{2586} < \frac{1}{2000}$$

$\therefore$ Erro planimétrico < tolerância linear

6) Cálculo das coordenadas corrigidas

$$X_1^c = X_{OPP} + d_{0PP-1} \times \text{sen}(Az_{0PP-1}) + Cx_1$$

$$X_1^c = 224,190 + 100,18 \times \text{sen}(106^\circ 52' 07'') + (-0,011)$$

$$X_1^c = 320,049m$$

$$X_2^c = X_1^c + d_{1-2} \times \text{sen}(Az_{1-2}) + Cx_2$$

$$X_2^c = 320,049 + 115,80 \times \text{sen}(173^\circ 39' 35'') + (-0,013)$$

$$X_2^c = 332,824m$$

$$X_3^c = 220,031m$$

$$X_4^c = 246,674m$$

$$X_{OPP}^c = 224,190m$$

$$Y_1^c = Y_{OPP} + d_{0PP-1} \times \cos(Az_{0PP-1}) + Cy_1$$

$$Y_1^c = 589,25 + 100,18 \times \cos(106^\circ 52' 07'') + 0,037$$

$$Y_1^c = 560,217m$$

$$Y_2^c = Y_1^c + d_{1-2} \times \cos(Az_{1-2}) + Cy_2$$

$$Y_2^c = 560,217 + 115,80 \times \cos(173^\circ 39' 35'') + 0,043$$

$$Y_2^c = 445,170m$$

$$Y_3^c = 415,317m$$

$$Y_4^c = 503,039m$$

$$Y_{OPP}^c = 589,250m$$

Coordenadas finais dos pontos da poligonal (arredondadas para o centímetro):

Ponto	X (m)	Y(m)
OPP	224,19	589,25
1	320,05	560,22
2	332,82	445,17
3	220,03	415,32
4	246,67	503,04
5=OPP	224,19	589,25

9.2 - Poligonal Enquadrada

A característica principal das poligonais enquadradas consiste em unir pontos topográficos de coordenadas conhecidas. Logo, conhecendo as coordenadas dos vértices de partida P_i e $P_{(i+1)}$ e de chegada $P_{(n-1)}$ e P_n é possível calcular o azimuth e a distância entre os dois vértices utilizados como partida (P_i - $P_{(i+1)}$) e também o azimuth e a distância entre os vértices de chegada ($P_{(n-1)}$, P_n) figura 9.22.

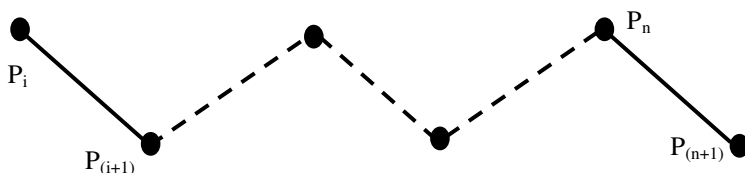


Figura 9.22 - Desenho da poligonal enquadrada.

A grande vantagem da utilização desta metodologia baseia-se na possibilidade de verificar e corrigir os erros acidentais ocorridos durante a coleta dos dados no campo.

O cálculo das coordenadas dos vértices da poligonal deve seguir os seguintes passos:

1) Cálculo dos azimutes de partida e de chegada em função das coordenadas dos pontos conhecidos.

2) Realizar o transporte de azimute, calculando os demais azimutes em função do azimute de partida e dos ângulos horizontais medidos.

3) Cálculo do erro angular cometido, para tal, compara-se o azimute da última direção obtido pelo transporte de azimute com o azimute calculado através das coordenadas dos pontos. O erro será calculado por:

$$e_a = A^C - A^0 \quad (9.22)$$

Onde:

e_a = erro angular;

A^C = Azimute calculado a partir do transporte de azimute;

A^0 = Azimute obtido a partir das coordenadas.

4) Verifica-se se o erro angular está dentro da tolerância exigida para a poligonal, utilizando a seguinte equação:

$$t_a = p \sqrt{n} \quad (9.23)$$

Onde:

p = precisão nominal do equipamento utilizado para coletar as informações no campo;

n = número de ângulos medidos na poligonal;

5) A correção angular será obtida dividindo-se o erro angular pelo número de ângulos medidos na poligonal.

$$c_a = - \frac{e_a}{n} \quad (9.24)$$

Onde:

c_a = correção angular.

Para o cálculo do erro linear seguem-se os mesmos passos adotados para a poligonal fechada.

9.2.1 - Exercício

Com os dados da caderneta a seguir, calcular as coordenadas dos vértices da poligonal, cujo croqui é apresentado na Figura 9.23.

Ponto	Direção	Ângulo Horizontal*	Distância Horizontal (m)
74	74 - 1	$95^{\circ}19'28''$	430,19
1	1 - 2	$229^{\circ}31'47''$	425,63
2	2 - 3	$147^{\circ}28'43''$	332,14
3	3 - 90	$232^{\circ}55'10''$	438,51
90		$252^{\circ}35'51''$	

* Ângulos horizontais medidos no sentido horário.

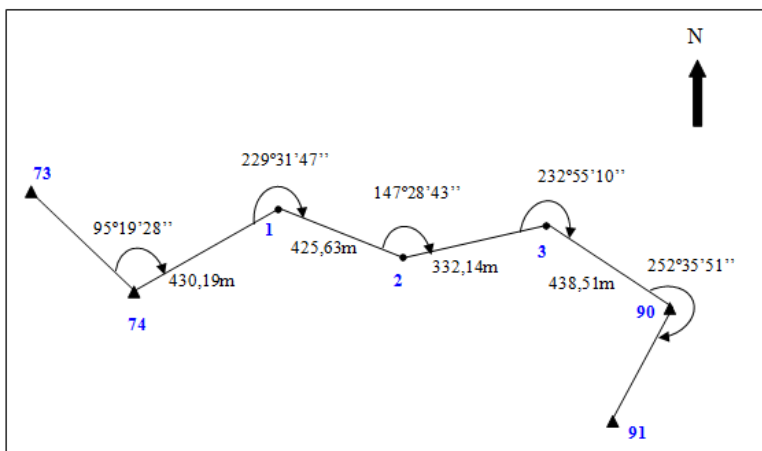


Figura 9.23 - Croqui de uma poligonal enquadrada.

Tabela 9.1 - Coordenadas dos pontos de partida e de chegada.

Estação	X (m)	Y(m)
73	200,12	900,45
74	423,68	601,39
90	1860,06	504,01
91	1700,56	89,95

1) Cálculo dos azimutes de partida e de chegada**1.1) Cálculo do azimute da direção de partida (A_{73-74})**

$$A_{73-74} = \arctan \left(\frac{X_{74} - X_{73}}{Y_{74} - Y_{73}} \right) =$$

$$\arctan \left(\frac{423,68 - 200,12}{601,39 - 900,45} \right) =$$

$$\arctan \left| \frac{223,56}{(-299,06)} \right| = 36^{\circ}46'47'' (1^{\circ}\text{quadrante})$$

reduzindo ao 2° quadrante:

$$180^{\circ} - 36^{\circ}46'47'' = 143^{\circ}13'13''$$

$$\therefore A_{73-74} = 143^{\circ}13'13''$$

1.2) Cálculo do azimute da direção de chegada (A_{90-91})

$$A_{90-91} = \arctan \left(\frac{X_{91} - X_{90}}{Y_{91} - Y_{90}} \right) =$$

$$\text{arc tg} \left(\frac{1700,56 - 1860,06}{89,95 - 504,01} \right) =$$

$$\text{arc tg} \left| \frac{(-159,50)}{(-414,06)} \right| = 21^{\circ}04'02'' \text{ (1}^{\circ}\text{quadrante)}$$

reduzindo ao 3° quadrante :

$$360^{\circ} + 21^{\circ}04'02'' = 201^{\circ}04'02''$$

$$\therefore A_{90-91} = 201^{\circ}04'02''$$

2) Cálculo dos Azimutes das direções consecutivas

$$A_{74-1}^c = A_{73-74} + \alpha_{74} - 180^{\circ} = 58^{\circ}32'41'', \text{ analogamente:}$$

$$A_{1-2}^c = 108^{\circ}04'28''$$

$$A_{2-3}^c = 75^{\circ}33'11''$$

$$A_{3-90}^c = 128^{\circ}28'21''$$

$$A_{90-91}^c = 201^{\circ}04'12''$$

3) Cálculo do erro angular total e verificação de sua magnitude

$$e_A = A_{90-91}^c - A_{90-91}$$

$$e_A = 201^{\circ}04'12'' - 201^{\circ}04'02'' = 0^{\circ}00'10''$$

Verifica-se se o erro angular total é menor ou igual em módulo a tolerância angular prescrita para a poligonal. Para este exercício as tolerâncias serão:

Angular: $20'' \sqrt{n}$, onde n é o número de ângulos medidos na poligonal.

Linear: 1/2000.

$$\text{Tolerância angular} = 20''\sqrt{5} \cong \pm(45'')$$

Portanto,

$$|e_A| \leq |\text{Tolerância}_{\text{angular}}|$$

Pois,

$$|10''| < |45''|$$

A correção angular será obtida por:

$$c_A = -\frac{e_A}{n}$$

$$c_A = -\frac{10''}{5} = -2''$$

4) Cálculo dos azimutes corrigidos das direções consecutivas

$$A_{74-1} = A_{73-74} + \alpha_{74} - 180^\circ + c_A = 58^\circ 32' 39''$$

$$A_{1-2} = 58^\circ 32' 39'' + 229^\circ 31' 47'' - 180^\circ + (-2'') = 108^\circ 04' 24''$$

Analogamente,

$$A_{2-3} = 75^\circ 33' 05''$$

$$A_{3-90} = 128^\circ 28' 13''$$

$$A_{90-91} = 201^\circ 04' 02''$$

5) Cálculo das coordenadas provisórias dos pontos (para efeito de cálculo serão utilizados seis casas decimais após a vírgula):

$$X_1^P = X_{74} + d_{74-1} \times \sin A_{74-1} = 790,651 \text{ m}$$

$$Y_1^P = Y_{74} + d_{74-1} \times \cos A_{74-1} = 825,881 \text{ m}$$

Analogamente:

$$X_2^P = 1195,280 \text{ m}$$

$$Y_2^P = 693,835 \text{ m}$$

$$X_3^P = 1516,915 \text{ m}$$

$$Y_3^P = 776,708 \text{ m}$$

$$X_{90}^P = 1860,238 \text{ m}$$

$$Y_{90}^P = 503,907 \text{ m}$$

6) Cálculo do erro planimétrico total e das correções lineares:

$$e_x = X_{90}^P - X_{90} = 1860,238 - 1860,06 = 0,178 \text{ m}$$

$$e_y = Y_{90}^P - Y_{90} = 503,907 - 504,01 = -0,103 \text{ m}$$

$$e_p = \sqrt{(e_x^2 + e_y^2)} = \pm(0,205818)$$

$$e_p = \frac{1}{Z}$$

Onde:

$$Z = \frac{\Sigma d_{medidas}}{\sqrt{(e_x^2 + e_y^2)}}$$

$$\Sigma d_{medidas} = 1626,47m$$

Portanto:

$$Z \approx 7902$$

Usando o valor inteiro de Z, o erro planimétrico será expresso na forma relativa como:

$$e_p = \frac{1}{7902}$$

Como,

$$\frac{1}{7902} < \frac{1}{2000}$$

O erro linear cometido é menor que a tolerância linear.

Luis A. K. Veiga/Maria A. Z. Zanetti/Pedro L. Faggion

As correções das coordenadas serão calculadas aplicando-se as equações (9.18) e (9.19).

7) Cálculo das coordenadas corrigidas dos pontos da poligonal:

$$X_1 = X_{74} + d_{74-1} \times \sin A_{74-1} + Cx_{74} = 790,60 \text{ m}$$

$$Y_1 = Y_{74} + d_{74-1} \times \cos A_{74-1} + Cy_{74} = 825,91 \text{ m}$$

Analogamente:

$$X_2 = 1195,19 \text{ m}$$

$$Y_2 = 693,89 \text{ m}$$

$$X_3 = 1516,79 \text{ m}$$

$$Y_3 = 776,78 \text{ m}$$

$$X_{90} = 1860,06 \text{ m}$$

$$Y_{90} = 504,01 \text{ m}$$

Assim,

$$X_{90} \text{ calculado} = X_{90} \text{ fornecido}$$

$$Y_{90} \text{ calculado} = Y_{90} \text{ fornecido}$$

9.3 - Irradiação

Consiste em, a partir de uma linha de referência conhecida, medir um ângulo e uma distância. É semelhante a um sistema de coordenadas polares (figura 9.24). A distância pode ser obtida utilizando uma trena, distanciômetro eletrônico ou estação total ou obtida por métodos taqueométricos. Este método é muito empregado no levantamento de detalhes em campo.

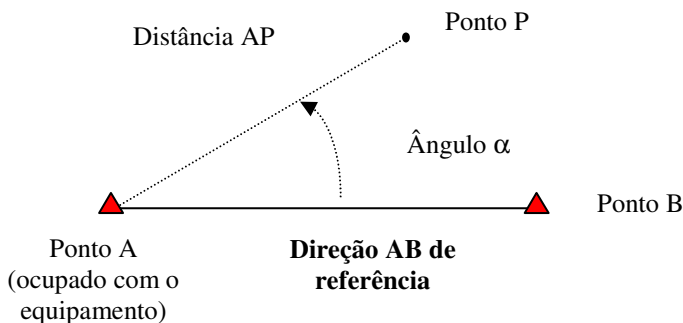


Figura 9.24 - Método de irradiação.

Neste método o equipamento fica estacionado sobre um ponto e faz-se a “varredura” dos elementos de interesse próximos ao ponto ocupado, medindo direções e distâncias para cada elemento a ser representado (figura 9.25).

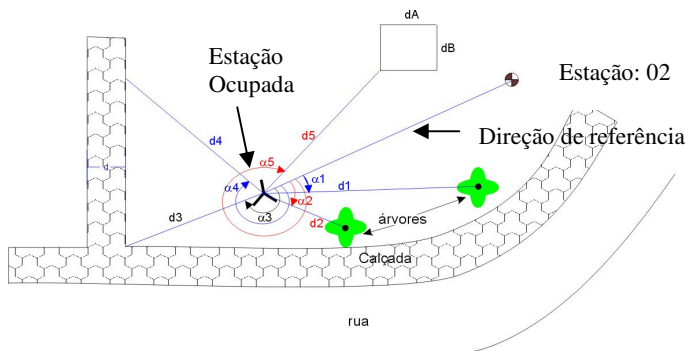


Figura 9.25 - Levantamento por irradiação.

A figura a seguir apresenta um exemplo de caderneta de campo para o levantamento por irradiação. Neste exemplo foi utilizada a técnica da taqueometria para a determinação da distância horizontal.

LEVANTAMENTO DE DETALHES				LEVANTAMENTO DE DETALHES			
Operador: <i>João S.</i> Data: <i>18/05/2020</i> Ponto Ocupado: <i>01</i> Observações: <i>Lev. taq.</i>				UFPP - CTRA do: <i>02</i>			
hi	Detalhe	Leituras Estadimétricas		H	V	Ângulo Zenital	
1.55	A1	1.180	0.222	233.4200	20.0000		
1.55	A2			233.5500	20.0000		
1.55	A3			233.4200	20.0000		
1.55	A4			233.4200	20.0000		
1.55	A5			233.4200	20.0000		
1.55	PL1	1.230	1.125	233.4310	20.0000		
1.55	C1	1.215	1.058	233.4310	20.0000		
1.60	C2	1.225	1.112	233.4310	20.0000		
1.60	C3	1.247	1.284	233.4310	20.0000		
1.60	C4	1.207	1.227	233.4310	20.0000		
1.60	L1			233.4310	20.0000		
1.60	C5			233.4310	20.0000		
1.60	L2			233.4310	20.0000		
1.60	A6			233.4310	20.0000		
1.60	C12			233.4310	20.0000		
1.60	PL2			233.4310	20.0000		
1.60	BOL			233.4310	20.0000		
1.60	BOL2			233.4310	20.0000		
1.60	C6	1.230	1.050	233.4310	20.0000		
1.60	C7	1.062	0.760	233.4310	20.0000		
1.60	C8	0.257	0.871	233.4310	20.0000		
1.60	A1			233.4310	20.0000		
1.60	A2			233.4310	20.0000		
1.60	A3			233.4310	20.0000		
1.60	A4			233.4310	20.0000		
1.60	A5			233.4310	20.0000		
1.60	A6			233.4310	20.0000		
1.60	A7			233.4310	20.0000		
1.60	A8			233.4310	20.0000		
1.60	A9			233.4310	20.0000		
1.60	A10			233.4310	20.0000		
1.60	A11			233.4310	20.0000		
1.60	A12			233.4310	20.0000		
1.60	A13			233.4310	20.0000		
1.60	A14			233.4310	20.0000		
1.60	A15			233.4310	20.0000		
1.60	A16			233.4310	20.0000		
1.60	A17			233.4310	20.0000		
1.60	A18			233.4310	20.0000		
1.60	A19			233.4310	20.0000		
1.60	A20			233.4310	20.0000		
1.60	A21			233.4310	20.0000		
1.60	A22			233.4310	20.0000		
1.60	A23			233.4310	20.0000		
1.60	A24			233.4310	20.0000		
1.60	A25			233.4310	20.0000		
1.60	A26			233.4310	20.0000		
1.60	A27			233.4310	20.0000		
1.60	A28			233.4310	20.0000		
1.60	A29			233.4310	20.0000		
1.60	A30			233.4310	20.0000		
1.60	A31			233.4310	20.0000		
1.60	A32			233.4310	20.0000		
1.60	A33			233.4310	20.0000		
1.60	A34			233.4310	20.0000		
1.60	A35			233.4310	20.0000		
1.60	A36			233.4310	20.0000		
1.60	A37			233.4310	20.0000		
1.60	A38			233.4310	20.0000		
1.60	A39			233.4310	20.0000		
1.60	A40			233.4310	20.0000		
1.60	A41			233.4310	20.0000		
1.60	A42			233.4310	20.0000		
1.60	A43			233.4310	20.0000		
1.60	A44			233.4310	20.0000		
1.60	A45			233.4310	20.0000		
1.60	A46			233.4310	20.0000		
1.60	A47			233.4310	20.0000		
1.60	A48			233.4310	20.0000		
1.60	A49			233.4310	20.0000		
1.60	A50			233.4310	20.0000		
1.60	A51			233.4310	20.0000		
1.60	A52			233.4310	20.0000		
1.60	A53			233.4310	20.0000		
1.60	A54			233.4310	20.0000		
1.60	A55			233.4310	20.0000		
1.60	A56			233.4310	20.0000		
1.60	A57			233.4310	20.0000		
1.60	A58			233.4310	20.0000		
1.60	A59			233.4310	20.0000		
1.60	A60			233.4310	20.0000		
1.60	A61			233.4310	20.0000		
1.60	A62			233.4310	20.0000		
1.60	A63			233.4310	20.0000		
1.60	A64			233.4310	20.0000		
1.60	A65			233.4310	20.0000		
1.60	A66			233.4310	20.0000		
1.60	A67			233.4310	20.0000		
1.60	A68			233.4310	20.0000		
1.60	A69			233.4310	20.0000		
1.60	A70			233.4310	20.0000		
1.60	A71			233.4310	20.0000		
1.60	A72			233.4310	20.0000		
1.60	A73			233.4310	20.0000		
1.60	A74			233.4310	20.0000		
1.60	A75			233.4310	20.0000		
1.60	A76			233.4310	20.0000		
1.60	A77			233.4310	20.0000		
1.60	A78			233.4310	20.0000		
1.60	A79			233.4310	20.0000		
1.60	A80			233.4310	20.0000		
1.60	A81			233.4310	20.0000		
1.60	A82			233.4310	20.0000		
1.60	A83			233.4310	20.0000		
1.60	A84			233.4310	20.0000		
1.60	A85			233.4310	20.0000		
1.60	A86			233.4310	20.0000		
1.60	A87			233.4310	20.0000		
1.60	A88			233.4310	20.0000		
1.60	A89			233.4310	20.0000		
1.60	A90			233.4310	20.0000		
1.60	A91			233.4310	20.0000		
1.60	A92			233.4310	20.0000		
1.60	A93			233.4310	20.0000		
1.60	A94			233.4310	20.0000		
1.60	A95			233.4310	20.0000		
1.60	A96			233.4310	20.0000		
1.60	A97			233.4310	20.0000		
1.60	A98			233.4310	20.0000		
1.60	A99			233.4310	20.0000		
1.60	A100			233.4310	20.0000		

Figura 9.26 - Exemplo de caderneta de campo de levantamento de detalhes.

Durante a execução de um levantamento de detalhes é importante elaborar um croqui da área que está sendo levantada, associando um nome ou número a cada feição ou ponto levantado, e a mesma indicação deve ser utilizada na caderneta de campo. Isto visa facilitar a elaboração do desenho final. A figura 9.27 apresenta um croqui elaborado durante um levantamento de detalhes.

Croqui do Levantamento de Detalhes

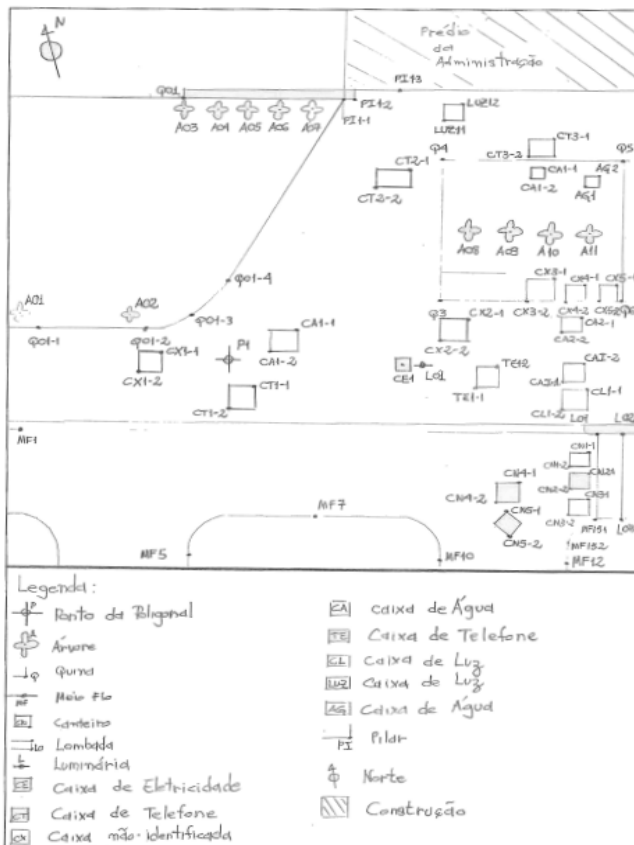
Ponto: 01Folha: 01 / 01Data : 18 / 05 / 2000

Figura 9.27 - Croqui.

9.3.1 - Exercício

A Figura 9.28 ilustra um levantamento de detalhes efetuado pelo método de irradiação, utilizando como equipamento de medição uma estação total.

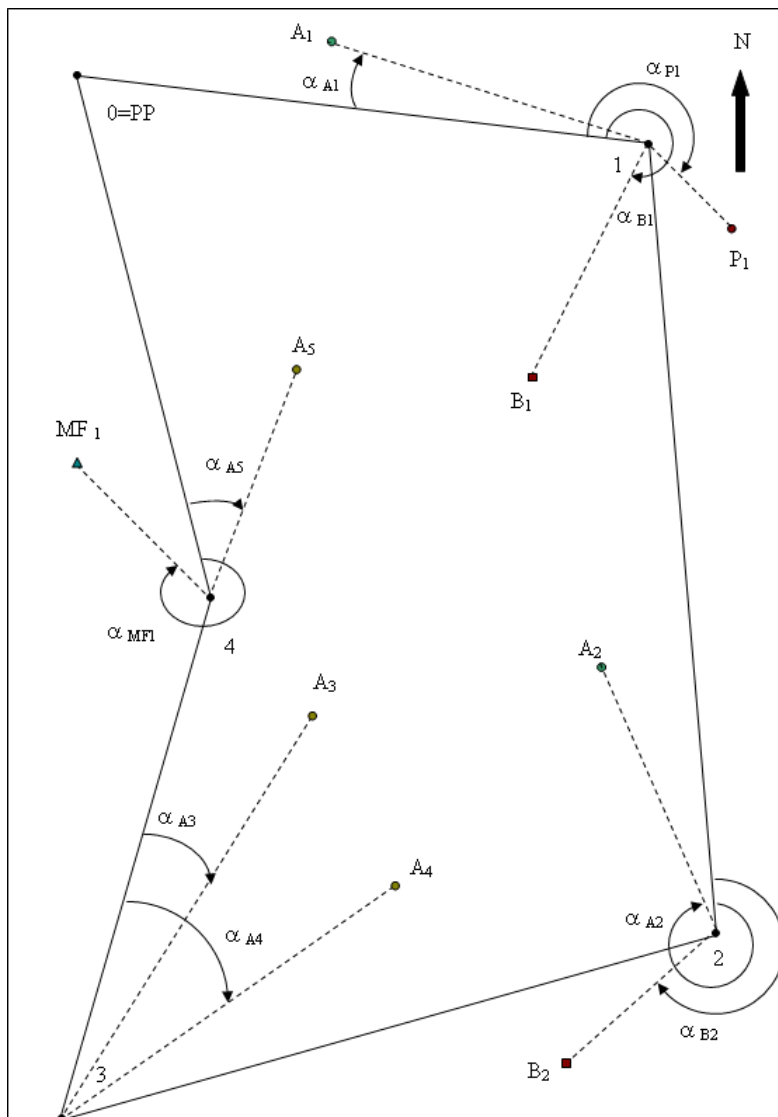


Figura 9.28 - Levantamento de detalhes pelo método de Irradiação.

Calcular as coordenadas cartesianas retangulares dos detalhes apresentados na Figura 1, referidos à poligonal fechada, calculada anteriormente.

1) Para ângulos horizontais medidos no sentido HORÁRIO, calcular as coordenadas dos pontos A1, P1 e B1.

Estação ocupada: 1 Estação visada a **RÉ**: 0=PP
 $A_{0=PP-1} = 106^{\circ}52'07''$ $X_1 = 320,05 \text{ m}$ $Y_1 = 560,22 \text{ m}$

Tabela 9.2 - Levantamento de detalhes efetuado na estação 1.

Detalhe visado	Ângulo horizontal	Distância inclinada (m)	Ângulo zenital
A1	$11^{\circ} 07' 15''$	58,38	$88^{\circ} 21' 40''$
P1	$220^{\circ} 40' 32''$	22,49	$91^{\circ} 03' 12''$
B1	$290^{\circ} 37' 24''$	46,87	$92^{\circ} 22' 09''$

1.1) Cálculo das distâncias horizontais entre a estação 1 e os pontos A1, P1 e B1.

1.1.1) Distância horizontal entre 1 e A1 (Dh = Di senZ)
 $Dh = 58,38 \text{ sen}(88^{\circ} 21' 40'')$ $Dh = 58,36 \text{ m}$

1.1.2) Distância horizontal entre 1 e P1
 $Dh = 22,49 \text{ sen}(91^{\circ} 03' 12'')$ $Dh = 22,49 \text{ m}$

1.1.3) Distância horizontal entre 1 e B1
 $Dh = 46,87 \text{ sen}(92^{\circ} 22' 09'')$ $Dh = 46,83 \text{ m}$

1.2) Cálculo dos azimutes entre a estação 1 e os pontos A1, P1 e B1.
 $(A_{1-\text{detalhe}} = A_{0=PP-1} + \text{ângulo horizontal horário} - 180^{\circ})$

1.2.1) Azimute da direção 1-A1
 $A_{1-A1} = 106^{\circ}52'07'' + 11^{\circ} 07' 15'' - 180^{\circ}$
 $A_{1-A1} = 297^{\circ} 59' 22''$

1.2.2) Azimute da direção 1-P1
 $A_{1-B1} = 106^{\circ}52'07'' + 220^{\circ} 40' 32'' - 180^{\circ}$
 $A_{1-B1} = 147^{\circ} 32' 39''$

1.2.3) Azimute da direção 1-B1

$$A_{1-P1} = 106^{\circ}52'07'' + 290^{\circ}37'24'' - 180^{\circ}$$

$$\underline{A_{1-P1} = 217^{\circ}29'31''}$$

1.3) Cálculo das coordenadas cartesianas retangulares dos pontos A1, P1 e B1.

$$X_{\text{detalhe}} = X_{26} + dh \sin A_{26-\text{detalhe}}$$

$$Y_{\text{detalhe}} = Y_{26} + dh \cos A_{26-\text{detalhe}}$$

1.3.1) Coordenadas cartesianas retangulares de A1

$$X_{A1} = X_1 + d \sin A_{1-A1}$$

$$X_{A1} = 320,05 + 58,36 \sin 297^{\circ}59'22'' \quad \underline{X_{A1} = 268,52 \text{ m}}$$

$$Y_{A1} = Y_1 + d \cos A_{1-A1}$$

$$Y_{A1} = 560,22 + 58,36 \cos 297^{\circ}59'22'' \quad \underline{Y_{A1} = 587,61 \text{ m}}$$

1.3.2) Coordenadas cartesianas retangulares de P1

$$X_{P1} = X_1 + d \sin A_{1-P1}$$

$$X_{P1} = 320,05 + 22,49 \sin 147^{\circ}32'39'' \quad \underline{X_{P1} = 332,12 \text{ m}}$$

$$Y_{P1} = Y_1 + d \cos A_{1-P1}$$

$$Y_{P1} = 560,22 + 22,49 \cos 147^{\circ}32'39'' \quad \underline{Y_{P1} = 541,24 \text{ m}}$$

1.3.3) Coordenadas cartesianas retangulares de B1

$$X_{B1} = X_1 + d \sin A_{1-B1}$$

$$X_{B1} = 320,05 + 46,83 \sin 217^{\circ}29'31'' \quad \underline{X_{B1} = 291,55 \text{ m}}$$

$$Y_{B1} = Y_1 + d \cos A_{1-B1}$$

$$Y_{B1} = 560,22 + 46,83 \cos 217^{\circ}29'31'' \quad \underline{Y_{B1} = 523,06 \text{ m}}$$

2) Para ângulos horizontais medidos no sentido HORÁRIO, calcular as coordenadas dos pontos A2 e B2.

Estação ocupada: 2 Estação visada a **RÉ**: 1

$$A_{1-2} = 173^{\circ}39'35'' \quad X_2 = 332,82 \text{ m} \quad Y_2 = 445,17 \text{ m}$$

Tabela 9.3 - Levantamento de detalhes efetuado na estação 2.

Detalhe visado	Ângulo horizontal	Distância inclinada (m)	Ângulo zenital
B2	234° 11' 13''	35,40	89° 44' 51''
A2	342° 40' 32''	52,66	90° 59' 39''

Respostas:

Distância horizontal entre 2 e B2: $Dh_{2-B2} = 35,40 \text{ m}$

Distância horizontal entre 2 e A2: $Dh_{2-A2} = 52,65 \text{ m}$

Azimute da direção 2-B2: $A_{2-B2} = 227^\circ 50' 48''$

Azimute da direção 2-A2: $A_{2-A2} = 336^\circ 20' 07''$

Coordenadas cartesianas retangulares dos pontos B2 e A2:

$X_{B2} = 306,58 \text{ m}$

$Y_{B2} = 421,51 \text{ m}$

$X_{A2} = 311,69 \text{ m}$

$Y_{A2} = 493,39 \text{ m}$

3) Para ângulos horizontais medidos no sentido HORÁRIO, calcular as coordenadas dos pontos A3 e A4.

Estação ocupada: 3

Estação visada a VANTE: 4

$A_{3-4} = 16^\circ 54' 26''$

$X_3 = 220,03 \text{ m}$

$Y_3 = 415,32 \text{ m}$

Tabela 9.4 - Levantamento de detalhes efetuado na estação 3.

Detalhe visado	Ângulo horizontal	Distância inclinada (m)	Ângulo zenital
A3	21° 12' 40''	84,22	90° 03' 49''
A4	48° 11' 29''	71,15	91° 02' 22''

3.1) Cálculo das distâncias horizontais entre a estação 3 e os pontos A3 e A4.

3.1.1) Distância horizontal entre 3 e A3

$(Dh = Di \text{ sen} Z)$

$$Dh = 84,22 \sin(90^\circ 03' 49'')$$

$$\underline{Dh = 84,22 \text{ m}}$$

3.1.2) Distância horizontal entre 3 e A4

$$Dh = 71,15 \sin(91^\circ 02' 22'')$$

$$\underline{Dh = 71,14 \text{ m}}$$

3.2) Cálculo dos azimutes entre a estação 3 e os pontos A3 e A4.

($A_{3\text{-detalhe}} = A_{3-4} + \text{ângulo horizontal horário}$)

3.2.1) Azimute da direção 3-A3

$$A_{3-A3} = 16^\circ 54' 26'' + 21^\circ 12' 40''$$

$$\underline{A_{3-A3} = 38^\circ 7' 6''}$$

3.2.2) Azimute da direção 3-A4

$$A_{3-A4} = 16^\circ 54' 26'' + 48^\circ 11' 29''$$

$$\underline{A_{3-A4} = 65^\circ 5' 55''}$$

3.3) Cálculo das coordenadas cartesianas retangulares dos pontos A3 e A4.

$$X_{\text{detalhe}} = X_3 + dh \sin A_{3\text{-detalhe}}$$

$$Y_{\text{detalhe}} = Y_3 + dh \cos A_{3\text{-detalhe}}$$

3.3.1) Coordenadas cartesianas retangulares de A3

$$X_{A3} = X_3 + d \sin A_{3-A3}$$

$$X_{A3} = 220,03 + 84,22 \sin 38^\circ 7' 6''$$

$$\underline{X_{A3} = 272,02 \text{ m}}$$

$$Y_{A3} = Y_3 + d \cos A_{3-A3}$$

$$Y_{A3} = 415,32 + 84,22 \cos 38^\circ 7' 6''$$

$$\underline{Y_{A3} = 481,58 \text{ m}}$$

3.3.2) Coordenadas cartesianas retangulares de A4

$$X_{A4} = X_3 + d \sin A_{3-A4}$$

$$X_{A4} = 220,03 + 71,14 \sin 65^\circ 5' 55''$$

$$\underline{X_{A4} = 284,55 \text{ m}}$$

$$Y_{A4} = Y_3 + d \cos A_{3-A4}$$

$$Y_{A4} = 415,32 + 71,14 \cos 65^\circ 5' 55''$$

$$\underline{Y_{A4} = 445,27 \text{ m}}$$

4) Para ângulos horizontais medidos no sentido HORÁRIO, calcular as coordenadas dos pontos MF1 e A5.

Estação ocupada: 4

Estação visada a VANTE: 0=PP

$$A_{4-0P} = 345^{\circ}23'00'' \quad X_4 = 246,67 \text{ m} \quad Y_4 = 503,04 \text{ m}$$

Tabela 9.6 - Levantamento de detalhes efetuado na estação 4.

Detalhe visado	Ângulo horizontal	Distância inclinada (m)	Ângulo zenital
MF1	301° 49' 15''	33,29	90° 09' 11''
A5	19° 40' 19''	43,18	89° 59' 15''

Respostas:

Distância horizontal entre 4 e MF1: $\underline{Dh_{4-MF1} = 33,29 \text{ m}}$

Distância horizontal entre 4 e A5: $\underline{Dh_{4-A5} = 43,18 \text{ m}}$

Azimute da direção 4-MF1: $\underline{A_{4-MF1} = 287^{\circ} 12' 15''}$

Azimute da direção 4-A5: $\underline{A_{4-A5} = 5^{\circ} 3' 19''}$

Coordenadas cartesianas retangulares dos pontos MF1 e A5:

$\underline{X_{MF1} = 214,87 \text{ m}} \quad \underline{Y_{MF1} = 512,89 \text{ m}}$

$\underline{X_{A5} = 250,47 \text{ m}} \quad \underline{Y_{A5} = 546,05 \text{ m}}$

Observe-se a diferença entre o cálculo do azimute “estação ocupada-detalle” conforme a estação onde foi “zerado” o ângulo horizontal é a ré ou a vante.

9.4 - Intersecção a Vante

O método de intersecção a vante (figura 9.29) consiste em obter as coordenadas planimétricas de um ponto a partir do conhecimento das coordenadas de dois outros pontos e da execução de medidas angulares somente.

Conhecidas as coordenadas de $A(X_A, Y_A)$ e de $B(X_B, Y_B)$, determina-se os ângulos α e β e calcula-se as coordenadas de $C(X_C, Y_C)$.

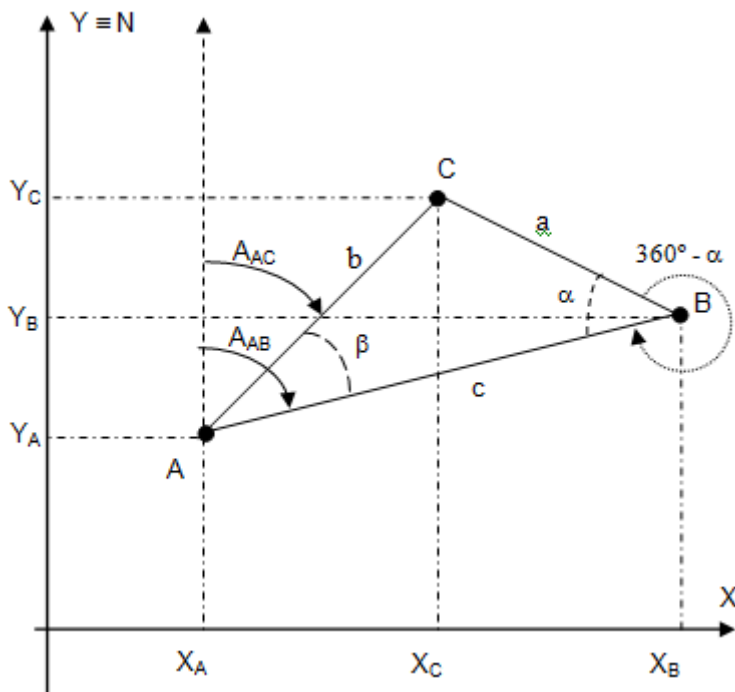


Figura 9.29 - Intersecção a vante.

9.4.1 - Exercício

A partir de um levantamento realizado anteriormente, conhece-se as coordenadas de A e B (figura 9.30):

$$X_A = 160,19 \text{ m} \quad Y_A = 150,08 \text{ m}$$

$$X_B = 639,42 \text{ m} \quad Y_B = 280,63 \text{ m}$$

Utilizando um teodolito, determinou-se em campo, os ângulos α e β .

$$\alpha = 48^\circ 50' 46''$$

$$\beta = 50^\circ 36' 41''$$

Calcular as coordenadas da estação C.

Luis A. K. Veiga/Maria A. Z. Zanetti/Pedro L. Faggion

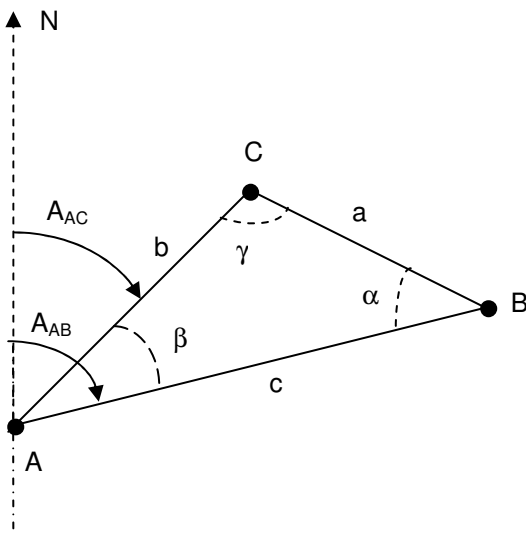


Figura 9.30 - Exercício Método de Intersecção à vante.

1) Cálculo do lado c (distância entre os pontos A e B)

$$c = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}$$

$$c = 496,69 \text{ m}$$

2) Cálculo de γ

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\gamma = 80^\circ 32' 33''$$

3) Cálculo dos lados a e b, utilizando analogia dos senos

$$\frac{a}{\text{sen}\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\beta} = \frac{c}{\text{sen}\gamma}$$

$$a = \frac{\text{sen}\alpha}{\text{sen}\gamma} c$$

$$a = 379,13 \text{ m}$$

$$b = \frac{\text{sen}\beta}{\text{sen}\gamma} c$$

$$b = 389,16 \text{ m}$$

4) Cálculo do azimute da direção AB

$$\text{tg}A_{AB} = \frac{X_B - X_A}{Y_B - Y_A} = \frac{639,42 - 160,19}{280,63 - 150,08}$$

$$A_{AB} = 74^\circ 45' 51''$$

5) Cálculo do azimute da direção AC

$$A_{AC} = A_{AB} - \alpha$$

$$A_{AC} = 25^\circ 54' 55''$$

6) Cálculo das coordenadas de C

$$X_C = X_A + d_{AC} \times \text{sen} A_{AC}$$

$$X_C = 330,27 \text{ m}$$

$$Y_C = Y_A + d_{AC} \times \cos A_{AC}$$

$$Y_C = 500,11 \text{ m}$$

Existem diversas outras maneiras de se chegar ao resultado correto solicitado.

10 - CÁLCULO DE ÁREAS

A avaliação de áreas é uma atividade comum na Topografia. Por exemplo, na compra e venda de imóveis rurais e urbanos esta informação se reveste de grande importância.

Basicamente os processos para determinação de áreas podem ser definidos como analíticos, gráficos, computacionais e mecânicos.

10.1 - Processo Gráfico

Neste processo a área a ser avaliada é dividida em figuras geométricas, como triângulos, quadrados ou outras figuras, e a área final será determinada pela somatória de todas as áreas das figuras geométricas. A figura 10.1 ilustra a aplicação do método gráfico, através do processo de divisão da área em quadriculas e em figuras geométricas equivalentes.

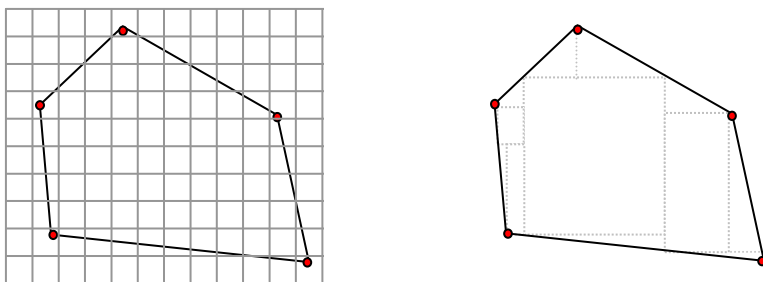


Figura 10.1 - Cálculo de área por métodos gráficos: quadriculado e figuras geométricas equivalentes.

10.2 - Processo Computacional

Atualmente é uma forma bastante prática para o cálculo de áreas. Baseado no emprego de algum programa gráfico do tipo CAD, no qual são desenhados os pontos que definem a área levantada e o programa calcula esta área, por métodos analíticos.

10.3 - Processo Mecânico

Utiliza-se um equipamento denominado de planímetro (figura 10.2). Este consiste em dois braços articulados, com um ponto fixo denominado de pólo e um cursor na extremidade dos braços, o qual deve percorrer o perímetro do polígono que se deseja calcular a área. Também apresenta um tambor giratório. De acordo com CINTRA (1996), "pode-se demonstrar que o giro do tambor e, portanto, a diferença de leituras, é proporcional à área envolvida pelo contorno percorrido".



Figura 10.2 - Planímetro digital.

A área será dada por:

$$\text{Área} = k \cdot (L_f - L_i) \quad (10.1)$$

Onde:

- k é a constante do aparelho para um dado comprimento do braço graduado;
- L_f é a leitura final;
- L_i é a leitura inicial.

O valor de K pode ser determinado planimetrando-se uma área conhecida (S) diversas vezes (n).

$$k = (n \cdot S) / (L_f - L_i) \quad (10.2)$$

De acordo com CINTRA (1996) o pólo deve ser posicionado fora da área que esta sendo avaliada, caso contrário, deve-se adicionar à área o chamado "círculo zero", fornecido pelo fabricante.

10.4 - Processos Analíticos

Neste método a área é avaliada utilizando fórmulas matemáticas que permitem, a partir das coordenadas dos pontos que definem a feição, realizar os cálculos desejados.

O cálculo da área de poligonais, por exemplo, pode ser realizado a partir do cálculo da área de trapézios formados pelos vértices da polygonal (fórmula de Gauss). Através da figura 10.3 é possível perceber que a área da polygonal definida pelos pontos 1, 2, 3 e 4 pode ser determinada pela diferença entre as áreas 1 e 2.

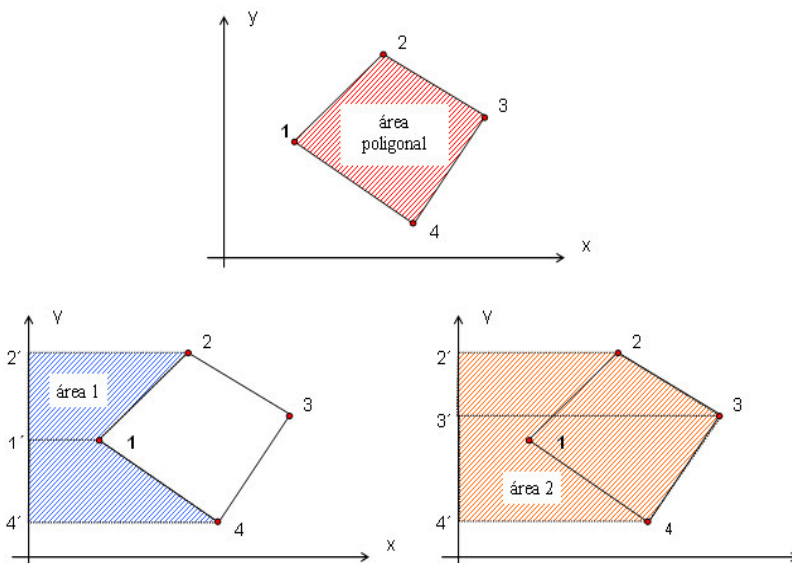


Figura 10.3 - Cálculo de áreas.

A área 1 pode ser calculada a partir das áreas dos trapézios formados pelos pontos 2', 2, 1, 1' e 1', 1, 4, 4'. Na figura 10.4 é apresentada a fórmula de cálculo da área de um trapézio qualquer.

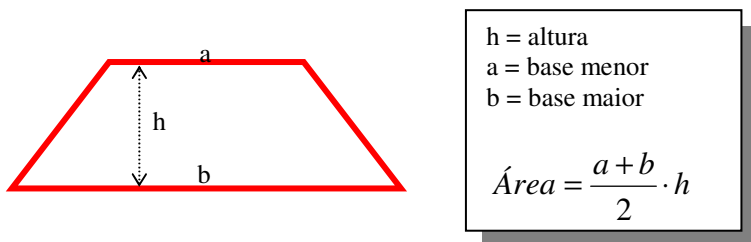


Figura 10.4 - Cálculo da área de um trapézio.

Para facilitar a compreensão, será calculada a área do trapézio formado pelos pontos 2', 2, 1, 1' (figura 10.5).

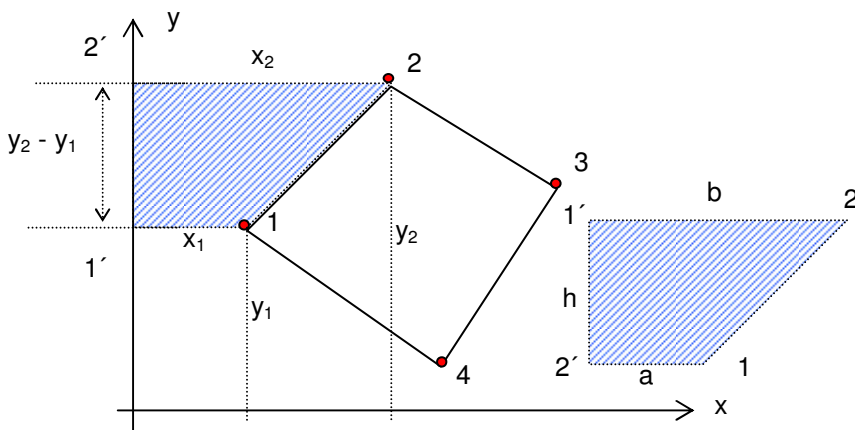


Figura 10.5 - Trapézio 2'211'.

Conforme pode ser visto na figura 10.5, a área do trapézio será dada por:

$$A = (y_2 - y_1) \frac{(x_2 + x_1)}{2} = \frac{1}{2} (x_2 + x_1)(y_2 - y_1) \quad (10.3)$$

Desta forma a área 1 (figura 10.3) será calculada por:

$$\text{Área}_1 = \frac{1}{2} (x_2 + x_1)(y_2 - y_1) + \frac{1}{2} (x_1 + x_4)(y_1 - y_4) \quad (10.4)$$

Da mesma forma, a área 2 será calculada por:

$$\text{Área}_2 = \frac{1}{2} (x_2 + x_3)(y_2 - y_3) + \frac{1}{2} (x_3 + x_4)(y_3 - y_4) \quad (10.5)$$

A área da poligonal (A_p) será dada por:

$$A_p = \text{Área}_2 - \text{Área}_1 \quad (10.6)$$

Desenvolvendo tem-se:

$$A_p = \left(\frac{1}{2} (x_2 + x_3)(y_2 - y_3) + \frac{1}{2} (x_3 + x_4)(y_3 - y_4) \right) - \left(\frac{1}{2} (x_1 + x_2)(y_2 - y_1) + \frac{1}{2} (x_4 + x_1)(y_1 - y_4) \right) \quad (10.7)$$

$$A_p = \frac{1}{2} \left((x_2 + x_3)(y_2 - y_3) + (x_3 + x_4)(y_3 - y_4) - (x_1 + x_2)(y_2 - y_1) - (x_4 + x_1)(y_1 - y_4) \right) \quad (10.8)$$

Reescrevendo a equação (10.8), eliminando-se o sinal negativo obtém-se:

$$2A_p = (x_2 + x_3)(y_2 - y_3) + (x_3 + x_4)(y_3 - y_4) + (x_1 + x_2)(y_1 - y_2) + (x_4 + x_1)(y_4 - y_1) \quad (10.9)$$

$$2A_p = (x_1 + x_2)(y_1 - y_2) + (x_2 + x_3)(y_2 - y_3) + (x_3 + x_4)(y_3 - y_4) + (x_4 + x_1)(y_4 - y_1) \quad (10.10)$$

Genericamente a equação (10.10) pode ser reescrita por:

$$2A = \sum_{i=1}^n (x_i + x_{i+1})(y_i - y_{i+1}) \quad (10.11)$$

Sendo n igual ao número de pontos da poligonal. Deve-se observar que quando $i = n$, o valor de $i+1$ deve ser considerado como sendo 1, ou seja, o primeiro ponto novamente. Outra fórmula pode ser obtida a partir da resolução da equação (10.11).

$$2A = x_1 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_2 + x_2 \cdot y_1 - x_2 \cdot y_2 + x_2 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_3 + x_3 \cdot y_2 - x_3 \cdot y_3 + x_3 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_4 + x_4 \cdot y_3 - x_4 \cdot y_4 + x_4 \cdot y_4 - x_4 \cdot y_1 + x_1 \cdot y_4 - x_1 \cdot y_1 \quad (10.12)$$

Simplificando os termos semelhantes e reescrevendo a equação obtém-se:

$$2A = x_1 \cdot y_4 - x_1 \cdot y_2 + x_2 \cdot y_1 - x_2 \cdot y_3 + x_3 \cdot y_2 - x_3 \cdot y_4 + x_4 \cdot y_3 - x_4 \cdot y_1 \quad (10.13)$$

$$2A = x_1(y_4 - y_2) + x_2(y_1 - y_3) + x_3(y_2 - y_4) + x_4(y_3 - y_1) \quad (10.14)$$

A equação (10.14) pode ser representada genericamente por:

$$2A = \sum x_i (y_{i-1} - y_{i+1}) \quad (10.15)$$

Ou também de outra forma, conforme equação (10.16) cuja dedução fica para o leitor:

$$2A = \sum y_i (x_{i+1} - x_{i-1}) \quad (10.16)$$

Outra equação também pode ser empregada (CINTRA, 1996):

$$2A = \sum (y_i \cdot x_{i+1}) - \sum (x_i \cdot y_{i+1}) \quad (10.17)$$

Utilizando-se a equação (10.17) pode ser realizado facilmente montando-se uma tabela com as coordenadas dos pontos, com o cuidado de repetir a coordenada do primeiro ponto no final da tabela, e multiplicando-se de acordo com o ilustrado pela figura 10.6.

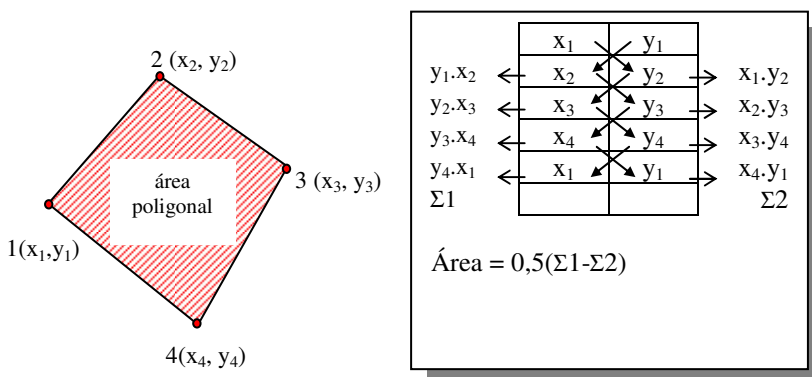


Figura 10.6 - Forma de multiplicação dos valores.

10.5 - Exercício

Calcular a área da poligonal fechada do exercício 9.3 empregando-se a equação (10.17), a partir de suas coordenadas (p.155).

	X (m)	Y (m)	
	x ₀	y ₀	
y ₀ ·x ₁	x ₁	y ₁	x ₀ ·y ₁
y ₁ ·x ₂	x ₂	y ₂	x ₁ ·y ₂
y ₂ ·x ₃	x ₃	y ₃	x ₂ ·y ₃
y ₃ ·x ₄	x ₄	y ₄	x ₃ ·y ₄
y ₄ ·x ₁	x ₀	y ₀	x ₄ ·y ₁

$$\text{Área} = 0,5 \times (\Sigma 1 - \Sigma 2)$$

$\Sigma 1$	X	Y	$\Sigma 2$
	224,19	589,25	
188588,852	320,05	560,22	125595,0778
186453,9155	332,82	445,17	142476,1459
97950,98415	220,03	415,32	138227,4819
102447,9352	246,67	503,04	110684,0549
112776,4	224,19	589,25	145352,8428

688218,0869

662335,6033

$$(\Sigma 1 - \Sigma 2) / 2$$

$$\text{Área} = 12941,24 \quad \text{m}^2$$

11 - MEMORIAL DESCRITIVO

O memorial descritivo de uma área é indispensável para seu registro em Cartório. Deve conter a descrição pormenorizada da propriedade, incluindo:

- a) Nome da propriedade (se houver), nome do proprietário e localização;
- b) Descrição do perímetro citando distâncias e ângulos entre os alinhamentos (azimutes, rumos, deflexões, ângulos internos ou ângulos externos);
- c) Nome dos confrontantes em cada trecho;
- d) Área abrangida, data, assinatura, nome e registro do profissional responsável pelo levantamento;

MEMORIAL DESCRITIVO (exemplo 1)

O presente memorial descreve a área rural, sem benfeitorias, na localidade de Flores, no município de Floresta, Estado do Paraná, pertencente a herdeiros de José da Silva, com cadastro junto ao INCRA de número 9999999999-9.

A estaca 0=PP situa-se na divisa das propriedades de Wilson de Oliveira e Nelson dos Santos.

Partindo-se da estaca 0=PP em um azimuth verdadeiro de $87^{\circ} 41' 06''$ a 110,54 m chega-se na estaca 1, limitando-se com a propriedade de Nelson dos Santos. Da estaca 1, em um azimuth verdadeiro de $13^{\circ} 40' 30''$ a 97,62 m, limitando-se com a propriedade de Valdir de Melo, chega-se a estaca 2. Da estaca 2, em um azimuth verdadeiro de $274^{\circ} 04' 12''$ a 162,30 m, limitando-se com a propriedade de Valdir de Melo, chega-se a estaca 3. Da estaca 3, a 114,40 m, em um azimuth verdadeiro de $165^{\circ} 38' 54''$, limitando-se com a propriedade de Wilson de Oliveira, retorna-se a estaca 0=PP, totalizando para a área desta propriedade $13.994,40 \text{ m}^2$.

Engenheiro Cartógrafo Fulano da Silva
CREA PR Carteira 00000-D Registro 00000
Curitiba, 29 de fevereiro de 2010.

MEMORIAL DESCRITIVO (exemplo 2)

Propriedade de: Odilon Viana e outros

Lote: 16-C-3/C-1-A-2-A/C-1-A-3-A/C-1-A-2 do
Croqui 4687 da Planta Herdeiros de Lourenço Viana.
Indicação Fiscal: 5151515151-51

Lote de forma irregular, com 14,00 m (catorze metros) de frente para a Rua Marquês das Oliveiras.

Do lado direito de quem da Rua Marquês das Oliveiras olha o lote, mede 61,30 m (sessenta e um metros e trinta centímetros), confrontando com os lotes ind. fiscais: 51-057-018.000 de Pedro José Viana e 51-057-022.000 de Pedro Viana.

Do lado esquerdo de quem da rua Marquês das Oliveiras olha o lote, mede em cinco segmentos, sendo o primeiro com 34,50 m (trinta e quatro metros e cinquenta centímetros). O segundo segmento deflete à esquerda 90° (noventa graus) e mede 16,00 m (dezesseis metros), confrontando com o lote ind. fiscal 51-057-016.000 de João Viana. O terceiro segmento deflete à direita 90° (noventa graus) e mede 12,00 m (doze metros) de frente para a Rua José Matos. O quarto segmento deflete à direita 90° medindo 16,00 m (dezesseis metros). O 5º segmento deflete à esquerda 90° (noventa graus) e mede 14,30 m (catorze metros e trinta centímetros), confrontando com o lote ind. fiscal 51-057-030.000 de Danilo Viana. Na linha de fundo, mede 18,70 m (dezoito metros e setenta centímetros), confrontando com os lotes ind. fiscais 51-057-030.000 de Danilo Viana e 41-057-022.000 de Pedro Viana.

O lote é murado em toda sua extensão e sua área total é 1.187,45 m² (um mil cento e oitenta e sete metros quadrados e quarenta e cinco decímetros quadrados).

No lote existem 4 (quatro) imóveis, sendo que o imóvel I, de madeira, com área de 120 m² (cento e vinte metros quadrados) e forma irregular, localiza-se a 31,00 m (trinta e um metros) da frente do lote na rua Marquês das Oliveiras, possuindo 9,00 m (nove metros) de frente por 13,0 m (treze metros) no seu lado esquerdo.

Na divisa do primeiro segmento do lado esquerdo de quem da rua Marquês das Oliveiras olha o lote, a 22,50 m (vinte e dois metros e cinquenta centímetros) desta, situa-se o imóvel II, de alvenaria, medindo 3,50 m x 12,00 m (três metros e cinquenta centímetros por doze metros) com área de 42,00 m² (quarenta e dois metros quadrados).

A 5 m (cinco metros) do terceiro segmento do lado esquerdo de quem da rua Marquês das Oliveiras olha o lote, de frente para a rua José

Matos, situa-se o imóvel III, de alvenaria, medindo 12,00 m x 8,75 m (doze metros por oito metros e setenta e cinco centímetros), com área de 105,00 m² (cento e cinco metros quadrados).

No quinto segmento do lado esquerdo de quem da rua Marquês das Oliveiras olha o lote, a 4,80 m (quatro metros e oitenta centímetros) localiza-se o imóvel IV, de alvenaria, com 3,80 m x 9,50 m (três metros e oitenta centímetros por nove metros e cinquenta centímetros) e área de 36,10 m² (trinta e seis metros quadrados e dez décimos quadrados).

A largura da rua Marquês das Oliveiras é 10,00 m (dez metros) e cada calçada nesta rua mede 5,50 (cinco metros e cinquenta centímetros).

A largura da rua José Matos é 10,00 m (dez metros) e cada calçada nesta rua mede 4,50 m (quatro metros e cinquenta centímetros).

João da Silva - Engenheiro Cartógrafo
CREA N°. 00000 - D / PR
Curitiba, 29 de fevereiro de 2010.

12 - NIVELAMENTO

12.1 - Introdução

A determinação da cota/altitude de um ponto é uma atividade fundamental em engenharia. Projetos de redes de esgoto, de estradas, planejamento urbano, entre outros, são exemplos de aplicações que utilizam estas informações. A determinação do valor da cota/altitude está baseada em métodos que permitem obter o desnível entre pontos. Conhecendo-se um valor de referência inicial é possível calcular as demais cotas ou altitudes. Estes métodos são denominados de nivelamento. Existem diferentes métodos que permitem determinar os desníveis, com precisões que variam de alguns centímetros até sub-milímetro. A aplicação de cada um deles dependerá da finalidade do trabalho.

Os conceitos de cota e altitude podem ser assim definidos:

Cota: é a distância medida ao longo da vertical de um ponto até um plano de referência qualquer (figura 12.1).

Altitude ortométrica: é a distância medida na vertical entre um ponto da superfície física da Terra e a superfície de referência altimétrica (nível médio dos mares). A figura 12.1 ilustra este conceito.

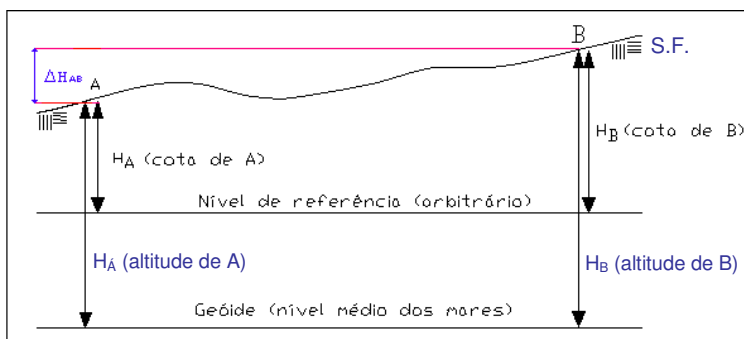


Figura 12.1 - Cota, altitude e desnível.

Conhecendo-se a altitude ou cota de um ponto e determinando-se o desnível ou diferença de nível entre este e um segundo ponto, obtém-se a altitude ou cota do segundo ponto, através da equação:

$$H_B = H_A + \Delta H_{AB} \quad (12.1)$$

Se o segundo ponto estiver mais “alto” que o primeiro o desnível será positivo, em caso contrário, negativo.

As altitudes no Brasil são determinadas a partir da Rede Altimétrica Brasileira, estabelecida e mantida pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Esta é um exemplo de rede vertical, que de acordo com GEMAEL (1987, p.9.1) pode ser definida como um conjunto de pontos materializados no terreno (referências de nível - RN) e identificados por uma coordenada, a altitude, determinada a partir de um ponto origem do datum vertical.

No Brasil o datum altimétrico é o ponto associado com o nível médio do mar determinado pelo marégrafo de Imbituba, Santa Catarina.

Um resumo histórico da rede de nivelamento brasileira é apresentado em IBGE (2004):

“Em 13 de Outubro de 1945, a Seção de Nivelamento (SNI) iniciava os trabalhos de Nivelamento Geométrico de Alta Precisão, dando partida ao estabelecimento da Rede Altimétrica do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB). No Distrito de Cocal, Município de Urussanga, Santa Catarina, onde está localizada a Referência de Nível RN 1-A, a equipe integrada pelos Engenheiros Honório Beserra - Chefe da SNI, José Clóvis Mota de Alencar, Péricles Sales Freire e Guarany Cabral de Lavôr efetuou a operação inicial de nivelamento geométrico no IBGE.

Em Dezembro de 1946, foi efetuada a conexão com a Estação Maregráfica de Torres, Rio Grande do Sul, permitindo, então, o cálculo das altitudes das Referências de Nível já

implantadas. Concretizava-se, assim, o objetivo do Professor Allyrio de Mattos de dotar o Brasil de uma estrutura altimétrica fundamental, destinada a apoiar o mapeamento e servir de suporte às grandes obras de engenharia, sendo de vital importância para projetos de saneamento básico, irrigação, estradas e telecomunicações.

Em 1958, quando a Rede Altimétrica contava com mais de 30.000 quilômetros de linhas de nivelamento, o Datum de Torres foi substituído pelo Datum de Imbituba, definido pela estação maregráfica do porto da cidade de mesmo nome, em Santa Catarina. Tal substituição ensejou uma sensível melhoria de definição do sistema de altitudes, uma vez que a estação de Imbituba contava na época com nove anos de observações, bem mais que o alcançado pela estação de Torres.

O final da década de 70 marcou a conclusão de uma grande etapa do estabelecimento da Rede Altimétrica. Naquele momento, linhas de nivelamento geométrico chegaram aos pontos mais distantes do território brasileiro, nos estados do Acre e de Roraima.

Após aproximadamente 35 anos de ajustamento manual das observações de nivelamento, o IBGE iniciou, nos primeiros anos da década de 80, a informatização dos cálculos altimétricos. Tal processo possibilitou a implantação, em 1988, do Projeto Ajustamento da Rede Altimétrica, com o objetivo de homogeneizar as altitudes da Rede Altimétrica do SGB. Depois da recente conclusão de um ajustamento global preliminar, o Departamento de Geodésia prepara-se agora para dar continuidade ao projeto, com a realização de cálculos ainda mais rigorosos, considerando-se também observações gravimétricas.

Fato também marcante foi o início das operações de monitoramento do nível do mar, em 1993. Com o objetivo de aprimorar o referencial da Rede Altimétrica, o IBGE passou a operar a estação maregráfica de Copacabana, transformando-a em uma estação experimental para finalidades geodésicas. Hoje o IBGE opera outra estação, no Porto de Imbetiba, em Macaé, Rio de Janeiro, com a perspectiva de também assumir a operação da Estação Maregráfica de Imbituba.”

A figura 12.2 ilustra a Rede Altimétrica Brasileira



Figura 12.2 - Rede altimétrica brasileira.

Fonte: IBGE (2010).

As altitudes dos pontos que fazem parte desta rede, denominada de referências de nível (RRNN, plural de RN) são determinadas utilizando o nivelamento geométrico (de precisão ou alta precisão). Este é um procedimento lento e delicado, em virtude da precisão com que devem ser determinados os desníveis. Maiores detalhes sobre o procedimento de nivelamento geométrico utilizado no estabelecimento destas redes podem ser encontrados em BRASIL (1998) e MEDEIROS (1999).

As RRNN são marcas características de metal (latão ou bronze) cravadas em pilares de concreto erguidos nos extremos das seções ou pontos notáveis (obras de arte, monumentos, estações ferroviárias ou rodoviárias) dos percursos de linhas geodésicas. A figura 12.3 ilustra uma Referência de Nível.



Figura 12.3 - Referência de nível - RN 2053-D.

É possível obter as informações sobre a rede altimétrica brasileira através do *site* do IBGE. Para tal, deve-se conhecer o nome da RN e sua posição (latitude e longitude), tendo em vista que as informações foram organizadas com base nas folhas da Carta Internacional do Mundo ao Milionésimo. Para a RN ilustrada na figura 12.3 estas informações são apresentadas no quadro a seguir.

Quadro 12.1 - Descrição da RN 2053-D.

RN: 2053-D	Altitude: 914.3259 m	Classe: AP Ajust
Latitude: -25 26 43	Longitude: -49 14 07	Fonte: C50
Situação da RN: Bom	Última visita: 00/12/1998	

Localização:

LOCALIZADO EM UM PEQUENO CANTEIRO
AJARDINADO; 9 M AQUEM DA PAREDE
LESTE DO SEXTO BLOCO DO CENTRO POLITECNICO
DA UNIVERSIDADE, DESTA
CIDADE, E 1,14 KM ALEM DA RN 2053-C.

Fonte: IBGE (2002)

12.2 - Levantamento Topográfico Altimétrico

De acordo com a ABNT (1994, p3), o levantamento topográfico altimétrico ou nivelamento é definido por:

“levantamento que objetiva, exclusivamente, a determinação das alturas relativas a uma superfície de referência dos pontos de apoio e/ou dos pontos de detalhe, pressupondo-se o conhecimento de suas posições planimétricas, visando a representação altimétrica da superfície levantada.”

Basicamente três métodos são empregados para a determinação dos desníveis: nivelamento geométrico, trigonométrico e taqueométrico.

Nivelamento geométrico ou nivelamento direto:

“nivelamento que realiza a medida da diferença de nível entre pontos no terreno por intermédio de leituras correspondentes a visadas horizontais, obtidas com um nível, em miras colocadas verticalmente nos referidos pontos.” ABNT(1994, p3).

Nivelamento trigonométrico:

“nivelamento que realiza a medição da diferença de nível entre pontos no terreno, indiretamente, a partir da determinação do ângulo vertical da direção que os une e da distância entre estes, fundamentando-se na relação trigonométrica entre o ângulo e a distância medidos, levando em consideração a altura do centro do limbo vertical do teodolito ao terreno e a altura sobre o terreno do sinal visado.” ABNT (1994, p.4).

Nivelamento taqueométrico:

“nivelamento trigonométrico em que as distâncias são obtidas taqueometricamente e a altura do sinal visado é obtida pela visada do fio médio do retículo da luneta do teodolito sobre uma mira colocada verticalmente no ponto cuja diferença de nível em relação à estação do teodolito é objeto de determinação.” ABNT (1994, p.4).

A NBR 13133 estabelece, em seu item 6.4, quatro classes de nivelamento de linhas ou circuitos e de seções, abrangendo métodos de medida, aparelhagem, procedimentos, desenvolvimentos e materialização (ABNT, 1994, p.15):

a) Classe IN - nivelamento geométrico para implantação de referências de nível (RN) de apoio altimétrico.

b) Classe IIN - nivelamento geométrico para a determinação de altitudes ou cotas em pontos de segurança

(Ps) e vértices de poligonais para levantamentos topográficos destinados a projetos básicos executivos e obras de engenharia.

c) Classe IIIN - Nivelamento trigonométrico para a determinação de altitudes ou cotas em poligonais de levantamento, levantamento de perfis para estudos preliminares e/ou de viabilidade de projetos.

d) Classe IVN - Nivelamento taqueométrico destinado a levantamento de perfis para estudos expeditos.

A norma apresenta para estas quatro classes uma tabela abrangendo os métodos de medição, aparelhagem, desenvolvimento e tolerâncias de fechamento. Somente como exemplo, para a classe IN (nivelamento geométrico), executado com nível de precisão alta, a tolerância de fechamento é de $12 \text{ mm} \cdot k^{1/2}$, onde k é a extensão nivelada em um único sentido em quilômetros. Cabe salientar que na prática costuma-se adotar o valor de k como sendo a média da distância percorrida durante o nivelamento e contranivelamento, em quilômetros.

Independente do método a ser empregado em campo, durante um levantamento altimétrico destinado a obtenção de altitudes/cotas para representação do terreno, a escolha dos pontos é fundamental para a melhor representação do mesmo. A figura 12.4 apresenta uma seqüência de amostragem de pontos para uma mesma área, iniciando com a amostragem mais completa e finalizando em um caso onde somente os cantos da área foram levantados. Os pontos levantados são representados pelas balizas. Apresentam-se também as respectivas curvas de nível obtidas a partir de cada conjunto de amostras.

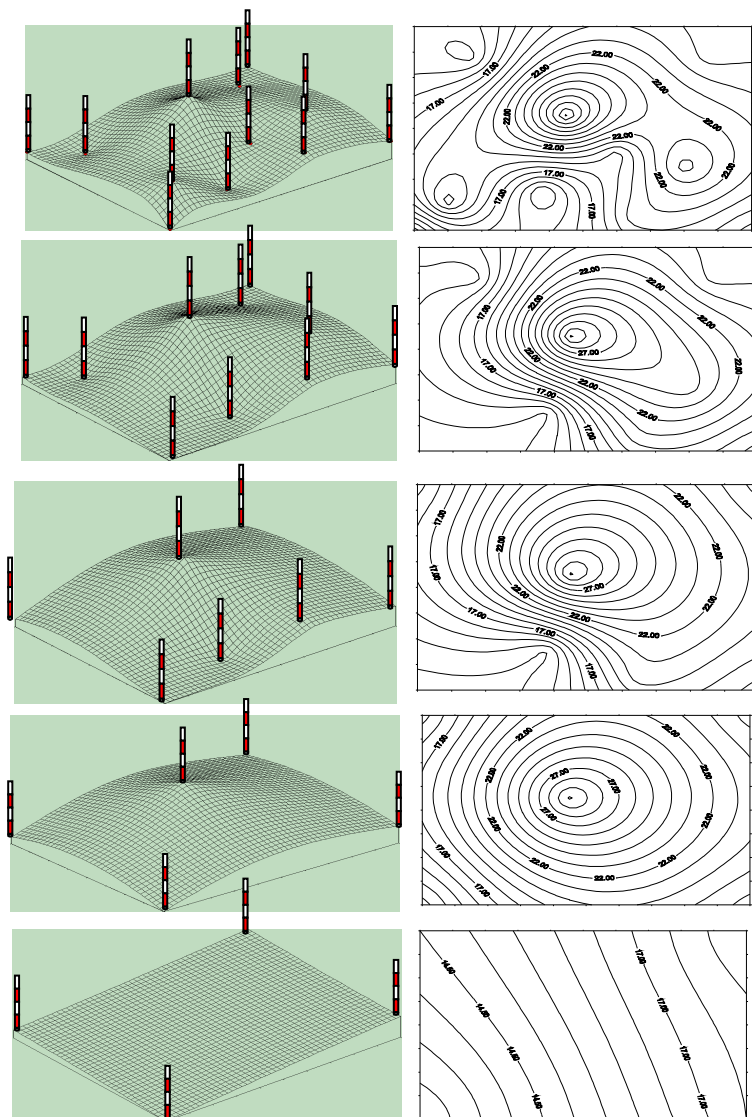


Figura 12.4 - Amostragem de pontos altimétricos e representação do relevo.

12.3 - Nivelamento Geométrico

O nivelamento geométrico é a operação que visa a determinação do desnível entre dois pontos a partir da leitura em miras (estádias ou em código de barras) efetuadas com níveis ópticos ou digitais. Este pode ser executado para fins geodésicos ou topográficos. A diferença entre ambos está na precisão (maior no caso do nivelamento para fins geodésicos) e no instrumental utilizado.

12.3.1 - Níveis

Os níveis são equipamentos que permitem definir com precisão um plano horizontal ortogonal à vertical definida pelo eixo principal do equipamento. As principais partes de um nível são:

- Luneta;
- Nível de bolha;
- Sistemas de compensação (para equipamentos automáticos);
- Dispositivos de calagem.

Quanto ao funcionamento, os equipamentos podem ser classificados em ópticos e digitais, sendo que para este último a leitura na mira é efetuada automaticamente empregando miras em código de barra. Os níveis ópticos podem ser classificados em mecânicos e automáticos. No primeiro caso, o nivelamento "fino ou calagem" do equipamento é realizado com o auxílio de níveis de bolha bi-partida. Nos modelos automáticos a linha de visada é nivelada automaticamente, dentro de um certo limite, utilizando-se um sistema compensador (pendular). Os níveis digitais podem ser enquadrados nesta última categoria.

São três os eixos principais de um nível:

- ZZ' = eixo principal ou de rotação do nível
- OO' = eixo óptico/ linha de visada/ eixo de colimação
- HH' = eixo do nível tubular ou tangente central

A figura 12.5 representa estes eixos.

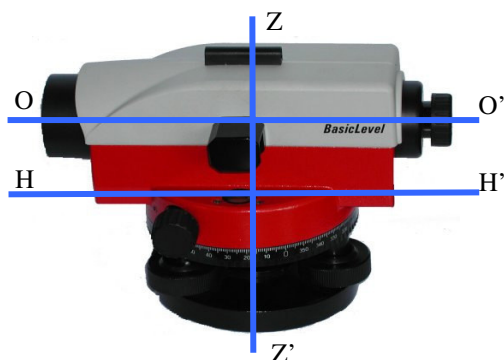


Figura 12.5 - Eixos do nível.

As condições que os eixos devem satisfazer são as seguintes: o eixo ZZ' deve estar na vertical, HH' deve estar na horizontal e ortogonal ao eixo principal e o eixo OO' deve ser paralelo ao eixo HH' . Caso isso não ocorra os níveis devem ser retificados

A NBR 13133 classifica os níveis segundo o desvio-padrão de 1 km de duplo nivelamento, conforme a tabela abaixo.

Tabela 12.1 - Classificação dos níveis.

Classes de níveis	Desvio-padrão
1 - precisão baixa	$> \pm 10 \text{ mm/km}$
2 - precisão média	$\leq \pm 10 \text{ mm/km}$
3 - precisão alta	$\leq \pm 3 \text{ mm/km}$
4 - precisão muito alta	$\leq \pm 1 \text{ mm/km}$

Fonte: ABNT (1994, p.6).

12.3.2 - Miras

Existem no mercado diversos modelos de miras, as mais comuns são fabricadas em madeira, alumínio ou *fiberglass*. Estas podem ser dobráveis ou retráteis. A figura a seguir apresenta alguns exemplos.

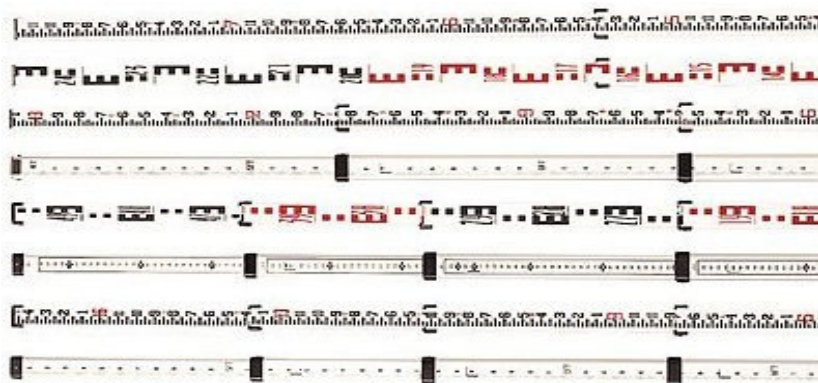


Figura 12.6 - Diferentes modelos de miras.

Fonte: MYTOOLSTORE (2004).

Durante a leitura em uma mira convencional devem ser lidos quatro algarismos, que corresponderão aos valores do metro, decímetro, centímetro e milímetro, sendo que este último é obtido por uma estimativa e os demais por leitura direta dos valores indicados na mira.

A seguir é apresentado um exemplo de leitura para um modelo de mira bastante empregado nos trabalhos de Topografia. A mira apresentada na figura 12.8 está graduada em centímetros (traços claros e escuros).

A leitura do valor do metro é obtida através dos algarismos em romano (I, II, III) e/ou da observação do símbolo acima dos números que indicam o decímetro. A convenção utilizada para estes símbolos, no caso da mira em exemplo, é apresentada na figura 12.7.

	1 metro
	2 metros
	3 metros

Figura 12.7 - Convenção para a indicação do metro para a mira utilizada.

Se o número que indica o decímetro não apresentar um destes símbolos acima da indicação do valor, significa que a leitura está sendo efetuada abaixo de 1m.

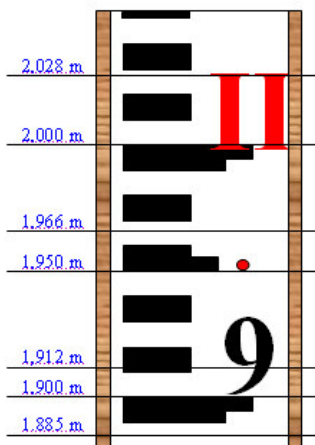


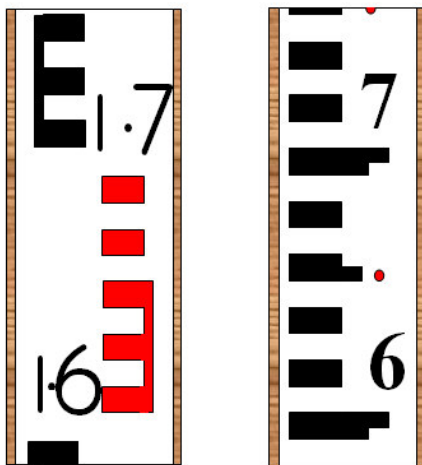
Figura 12.8 - Mira e leituras.

A leitura do decímetro é realizada através dos algarismos arábicos (1, 2, 3, etc.). A leitura do centímetro é obtida através da graduação existente na mira. Traços escuros correspondem a centímetros ímpares e claros a valores pares. Finalmente a leitura do milímetro é estimada visualmente. Na figura 12.8 são apresentados diversos exemplos de leitura na mira.

12.3.2.1 Exercício

Indicar nas miras a seguir, as seguintes leituras:

1,615m 1,705m 1,658m 1,600m 1,725m



Obs.: a mira da esquerda é chamada de mira em E, em função do tipo de marcação utilizada.

12.3.3 - Métodos de Nivelamento Geométrico

É possível dividir o nivelamento geométrico em quatro métodos:

- visadas iguais
- visadas extremas
- visadas recíprocas
- visadas equidistantes

12.3.3.1 - Visadas Iguais

É o método mais preciso e de larga aplicação em engenharia. Nele as duas miras são colocadas à mesma distância do nível, sobre os pontos que deseja-se determinar o desnível, sendo então efetuadas as leituras (figura 12.9). É um processo bastante simples, onde o desnível será determinado pela diferença entre a leitura de ré e a de vante.

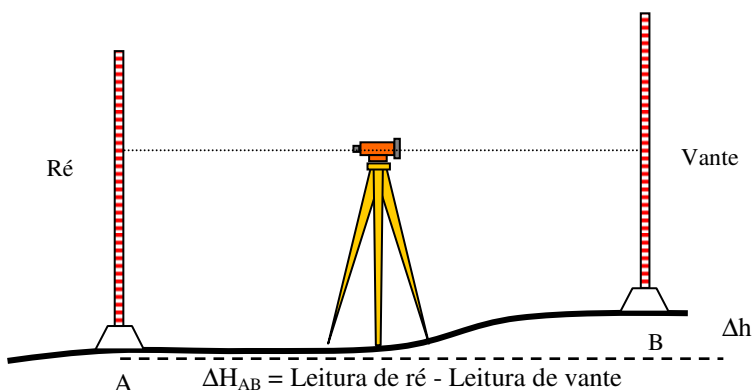


Figura 12.9 - Nivelamento Geométrico - método das visadas iguais.

A necessidade de o nível estar a igual distância entre as miras não implica necessariamente que o mesmo deva estar alinhado entre elas. A figura a seguir apresenta dois casos em que isto ocorre, sendo que no segundo caso, o nível não está no mesmo alinhamento das miras, porém está a igual distância entre elas.

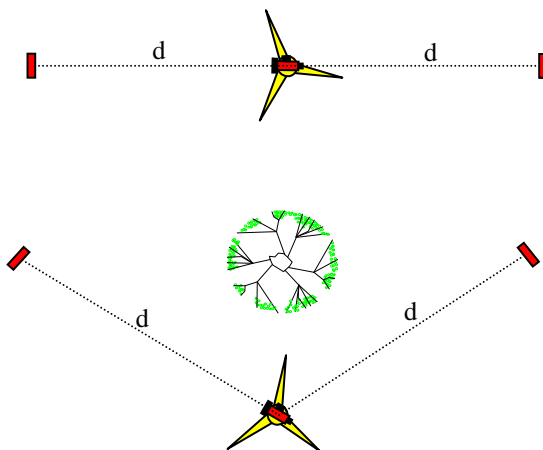


Figura 12.10 - Nível a igual distância entre os pontos.

Neste procedimento o desnível independe da altura do nível, conforme ilustra a figura a seguir. É possível observar que ao mudar a altura do nível as leituras também se modificam, porém o desnível calculado permanece o mesmo (figura 12.11).

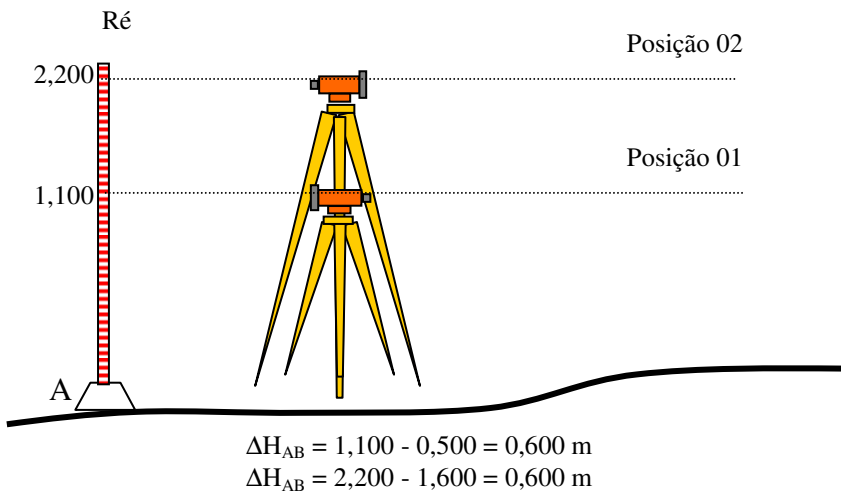


Figura 12.11 - Nível em duas alturas diferentes.

A grande vantagem deste método é a minimização de erros causados pela curvatura terrestre, refração atmosférica e colimação do nível (figura 12.12). Cabe salientar que os dois primeiros erros (curvatura e refração) são significativos no nivelamento geométrico aplicado em Geodésia.

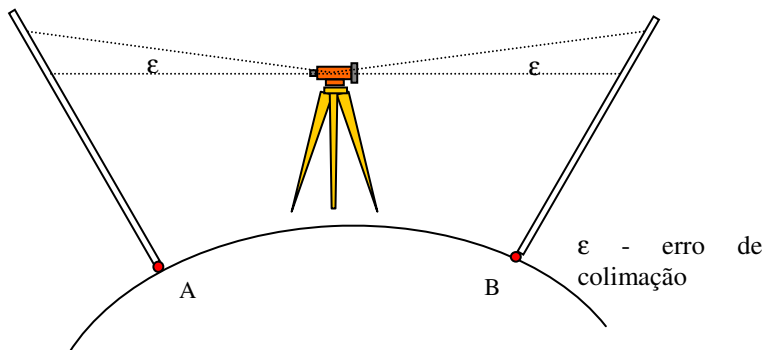


Figura 12.12 - Erro de colimação e curvatura terrestre.

Alguns conceitos importantes para o nivelamento geométrico:

- Visada: leitura efetuada sobre a mira.
- Lance: é a medida direta do desnível entre duas miras verticais (figura 12.13).

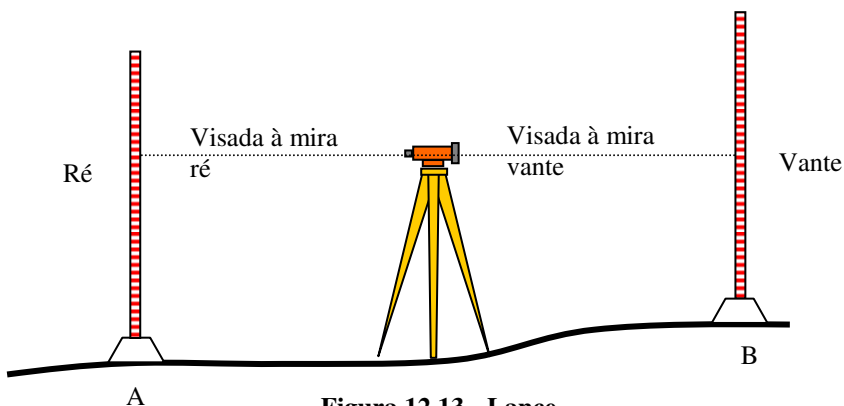
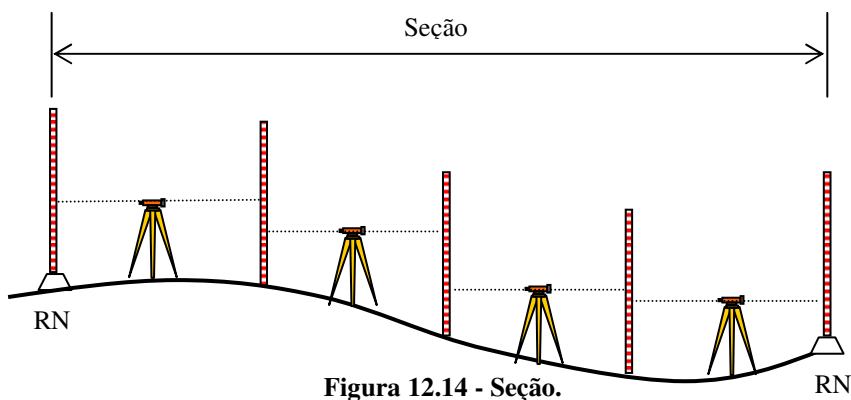


Figura 12.13 - Lance.

- Seção: é a medida do desnível entre duas referências de nível e é obtida pela soma algébrica dos desníveis dos lances (figura 12.14).



- Linha de nivelamento: é o conjunto das seções compreendidas entre duas RN chamadas principais (figura 12.15).
- Circuito de nivelamento: é a poligonal fechada constituída de várias linhas justapostas. Pontos nodais são as RN principais, às quais concorrem duas ou mais linhas de nivelamento (BRASIL, 1975).
- Rede de nivelamento: é a malha formada por vários circuitos justapostos (figura 12.15).

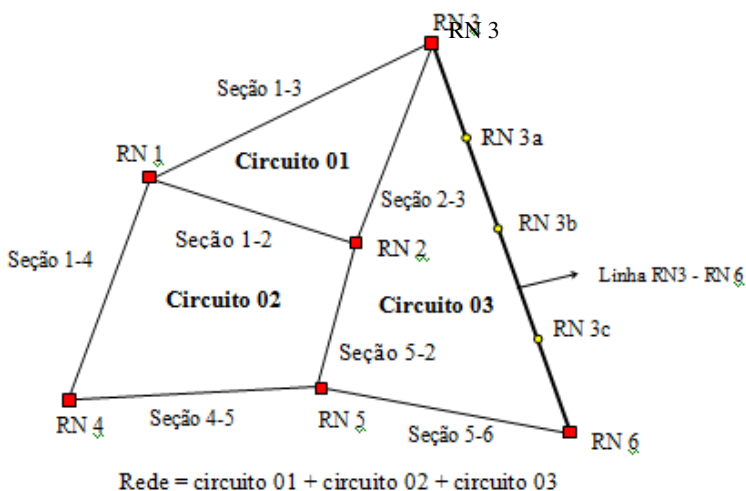


Figura 12.15 - Rede, circuito e linha de nivelamento.

O nivelamento geométrico poderá ser simples ou composto. No primeiro caso o desnível entre os pontos de interesse é determinado com apenas uma única instalação do equipamento, ou seja, um único lance (figura 12.16-a). No nivelamento geométrico composto, o desnível entre os pontos será determinado a partir de vários lances, sendo o desnível final calculado pela somatória dos desníveis de cada lance (figura 12.16-b).

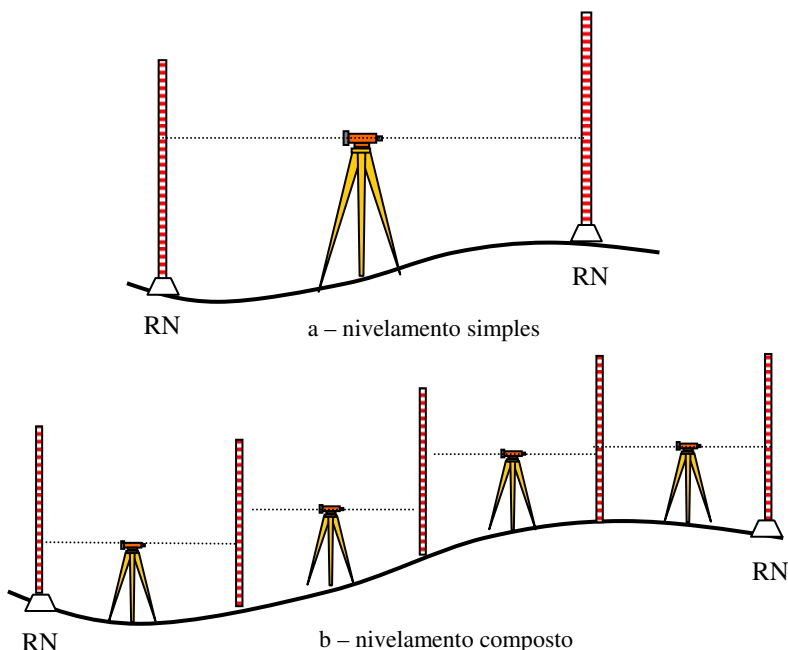


Figura 12.16 - Nivelamento simples e composto.

12.3.3.1.1 - Procedimento de Campo

Para a determinação do desnível entre dois pontos inicialmente deve-se posicionar as miras sobre os mesmos. Estas devem estar verticalizadas, sendo que para isto utilizam-se os níveis de cantoneira. Uma vez posicionadas as miras e o nível devidamente calado, são realizadas as leituras.

Devem ser feitas leituras do fio nivelador (fio médio) e dos fios estadimétricos (superior e inferior). A média das leituras dos fios superior e inferior deve ser igual à leitura do fio médio, com um desvio tolerável de 0,002 m.

Como visto anteriormente o método de nivelamento geométrico por visadas iguais pressupõe que as miras estejam posicionadas a igual distância do nível. Na prática se aceita uma diferença de até 2m. Caso as diferenças entre a distância de ré e vante seja maior que esta tolerância,

o nível deve ser reposicionado a igual distância das miras e novas leituras efetuadas. A distância do nível à mira é calculada por:

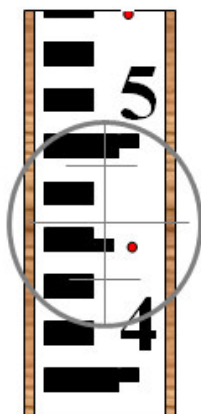
$$\text{Distância nível-mira} = C \times S$$

Onde:

S é a diferença entre a leitura do fio superior e fio inferior;

C é a constante estadimétrica do equipamento, a qual consta do manual do mesmo. Normalmente este valor é igual a 100.

A figura 12.17 apresenta uma mira e os fios de retículo, com as respectivas leituras efetuadas e distância calculada.



Fio Superior	1,488 m
Fio Inferior	1,438 m
Fio Médio	1,462 m
Distância	$(1,488 - 1,438) \times 100 = 5\text{m}$

Figura 12.17 - Leituras efetuadas e distância calculada.

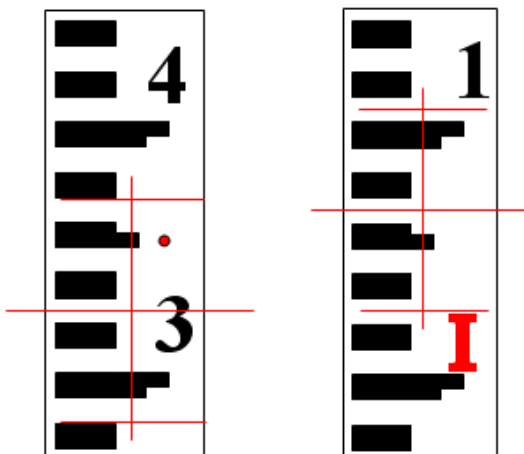
Os dados observados em campo devem ser anotados em cadernetas específicas para este fim. Um modelo de caderneta empregado é apresentado na figura 12.18.

12.3.3.1.2 - Exercício

Foi realizado um lance de nivelamento geométrico entre os pontos A e B, cujas leituras efetuadas nas miras são mostradas abaixo. Preencher a caderneta de nivelamento e calcular o desnível entre os pontos A e B.

Ponto A – Mira Ré

Ponto B – Mira Vante



Pontos Visados	Distância RÉ	Leituras Estadimétricas		Distância VANTE	Fio Nivelador		Desnível
		Ré	Vante		Ré	Vante	

12.3.3.1.3 - Cuidados a Serem Tomados na Execução do Nivelamento

Para o caso do nivelamento geométrico composto um cuidado adicional deve ser tomado. Quando a mira de vante do lance anterior for reposicionada para a leitura do lance seguinte (neste caso passará então a ser a mira ré), deve-se tomar o cuidado de que esta permaneça sobre o mesmo ponto, para evitar erros na determinação do desnível (figura

12.20). É possível empregar neste caso um equipamento denominado de sapata (figura 12.21), sobre o qual a mira é apoiada. Esta é colocada no solo e permite o giro da mira sem causar deslocamentos na mesma. Em trabalhos para fins topográficos não é comum o uso de sapatas, sendo que as mesmas são obrigatórias para a determinação de desníveis em Geodésia.

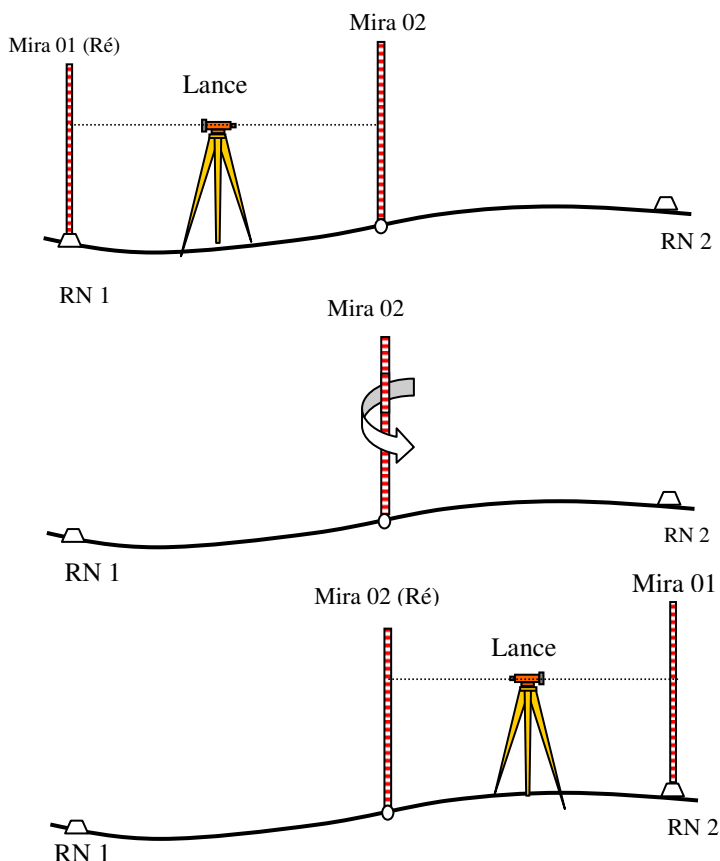


Figura 12.20 - Rotacionando a mira durante o nivelamento composto.

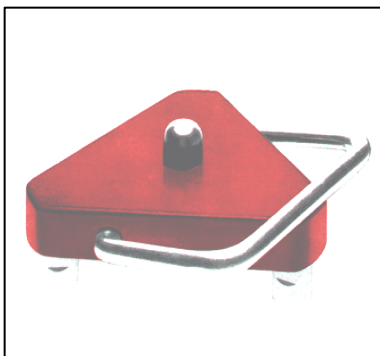


Figura 12.21 - Sapata.

“5.17.4 - As miras, devidamente verticalizadas, devem ser apoiadas sobre chapas ou pinos e, no caminhamento, sobre sapatas, mas nunca diretamente sobre o solo.” ABNT (1994, p10).

A figura 12.21 apresentada anteriormente ilustra uma sapata. Em levantamentos topográficos normalmente as sapatas não são empregadas, sendo que para trabalhos com precisão geodésica são essenciais.

A NBR 13133 no seu item 5.17 estabelece alguns cuidados para a implantação de referências de nível, a fim de evitar a ocorrência e propagação de erros sistemáticos. Estes cuidados são:

“5.17.1 - Os comprimentos das visadas de ré e de vante devem ser aproximadamente iguais e de, no máximo, 80 m, sendo o ideal o comprimento de 60m, de modo a compensar os efeitos da curvatura terrestre e da refração atmosférica, além de melhorar a exatidão do levantamento por facilitar a leitura da mira.” ABNT (1994, p10).

“5.17.2 - Para evitar os efeitos do fenômeno de reverberação, as visadas devem situar-se acima de 50 cm do solo.” ABNT (1994, p10).

“5.17.3 - As miras devem ser posicionadas aos pares, com alternância a vante e a ré, de modo que a mira posicionada no ponto de partida (lida a ré) seja posicionada, em seguida, no ponto de chegada (lida a vante), sendo conveniente que o número de lances seja par.” ABNT (1994, p10).

O procedimento descrito anteriormente visa eliminar o chamado erro de índice (i). Este é definido como a distância entre a base inferior da mira até a primeira graduação da escala da mesma. Cada mira apresenta um valor próprio de erro de índice. Desta forma, realizando o nivelamento de um lance utilizando duas miras diferentes, conforme mostra a figura 12.22, estarão embutidos os erro de índices das miras no desnível determinado.

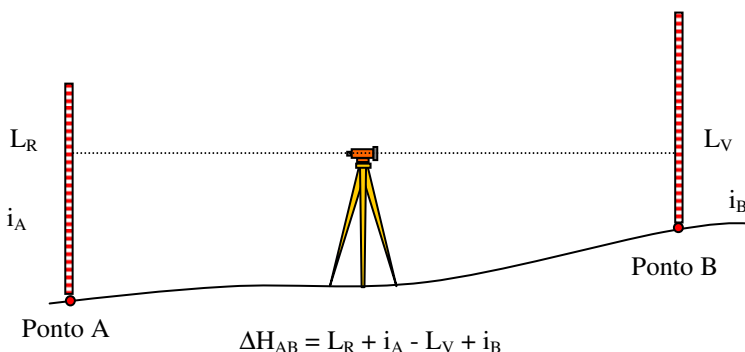


Figura 12.22 - Erro de índice.

Para eliminar o erro de índice deve-se realizar um número par de lances para cada seção, conforme visto anteriormente. A explicação para tal fato é apresentada a seguir (figuras 12.23 e 12.24).

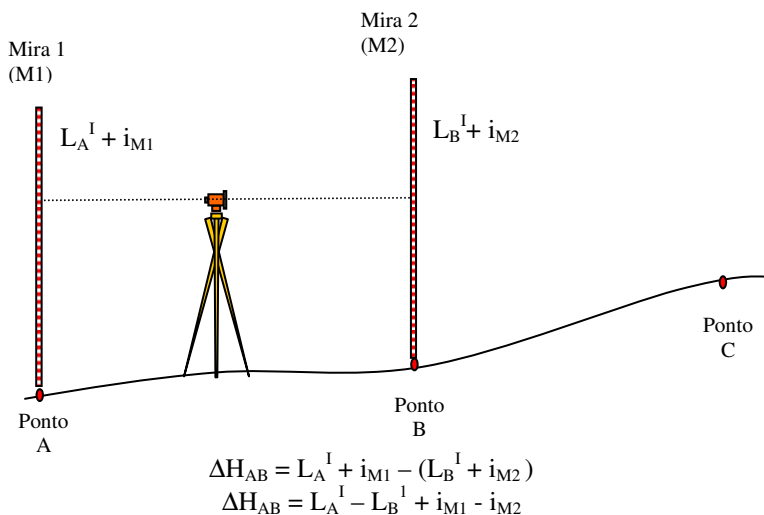


Figura 12.23 - Desnível entre os pontos A e B.

Estacionando o equipamento no lance BC, tem-se:

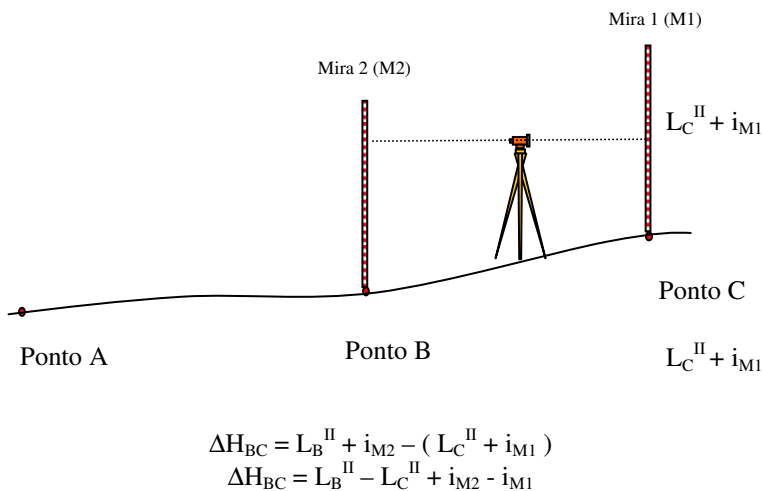


Figura 12.24 - Desnível entre os pontos B e C.

O desnível entre os pontos A e C será dado por:

$$\Delta H_{AC} = \Delta H_{AB} + \Delta H_{BC} \quad (12.7)$$

Efetuada-se a operação acima obtém-se o valor do desnível isento do erro de índice da mira:

$$\begin{aligned} \Delta H_{AC} &= L_A^I - L_B^I + i_{M1} - i_{M2} + L_B^{II} - L_C^{II} + i_{M2} - i_{M1} \\ \Delta H_{AC} &= L_A^I - L_B^I + L_B^{II} - L_C^{II} \end{aligned} \quad (12.8)$$

“5.17.5 - A qualidade dos trabalhos deve ser controlada através das diferenças entre o nivelamento e o contranivelamento, seção a seção, e acumulada na linha, observando os valores limites prescritos em 6.4.” ABNT (1994, p10).

No item 6.4 da norma são estabelecidas as tolerâncias para os levantamentos.

A norma também trata da inspeção dos trabalhos de nivelamento geométrico. Esta tem como objetivo assegurar o seu desenvolvimento segundo as prescrições e recomendações da norma. Para o nivelamento geométrico devem ser inspecionados os seguintes itens (ABNT, 1994, p.23 e 24):

- a) aparelhagem e instrumental auxiliar;
- b) conexão com o apoio superior, com a verificação dos comprimentos das seções, referentes às referências de nível de partida e de chegada;
- c) nivelamento e contra-nivelamento em horários distintos no nivelamento duplo;

- d) altura mínima das visadas;
- e) número par de estações numa seção, alternância das miras e diferença acumulada da distância entre o nível e a mira;
- f) diferenças entre nivelamento e contranivelamento, acumulada nas seções e linhas, e valor máximo para a razão entre discrepância acumulada e o perímetro de um circuito (quando for o caso);
- g) erro médio após o ajustamento;
- h) no caso de nivelamento da classe IN, equidistância entre as visadas de vante e ré;

12.3.3.1.4 - Cálculo do Erro Cometido e da Tolerância Altimétrica

Para realizar a verificação do procedimento de campo, as seções devem ser niveladas e contraniveladas (nivelamento geométrico duplo), e os desníveis obtidos nos dois casos comparados. A diferença encontrada deve estar abaixo de uma tolerância estabelecida. Normalmente esta tolerância é dada por:

$$\text{Tolerância altimétrica} = n \times k^{1/2} \quad (12.2)$$

Onde n é um valor em centímetros ou milímetros e k é a distância média nivelada em quilômetros, ou seja, a média da distância percorrida no nivelamento e contranivelamento. Por exemplo, sejam fornecidos os valores abaixo correspondentes ao nivelamento e contranivelamento de uma seção, definida pelos pontos A e B, realizar a verificação do trabalho.

Desnível do nivelamento $\Delta H_{\text{NIV}} = 2,458$ m (sentido de A para B)

Desnível do contranivelamento $\Delta H_{\text{CON}} = -2,460$ m (sentido de B para A)

Distância nivelada (nivelamento) $D_{\text{NIV}} = 215,13$ m

Distância nivelada (contranivelamento) $D_{\text{CON}} = 222,89$ m

Tolerância altimétrica $(t) = 20 \text{ mm} \times k^{1/2}$

$$\begin{aligned}
 &\text{Erro Cometido (Ec)} \\
 &Ec = |\Delta H_{\text{NIV}}| - |\Delta H_{\text{CON}}| \quad (12.3) \\
 &Ec = |2,458| - |-2.460| \\
 &Ec = 0,002 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Distância média nivelada (Dm)

$$\begin{aligned}
 &Dm = (D_{\text{NIV}} + D_{\text{CON}})/2 \quad (12.4) \\
 &Dm = (215,13 + 222,89)/2 \\
 &Dm = 219,01 \text{ m} \\
 &Dm = 0,21901 \text{ km}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\text{Cálculo da tolerância (t)} \\
 &t = 20\text{mm} \times k^{1/2} \quad (12.5) \\
 &t = 20\text{mm} \times 0,21901^{1/2} \\
 &t = 9,359 \text{ mm} \\
 &t = 9,4 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

Realizando a verificação:

$$|Ec| (2\text{mm}) < t (9,4\text{mm}) \quad \text{então OK!}$$

Quando o erro cometido for menor que a tolerância, o desnível será dado pela média do desnível obtido no nivelamento e contranivelamento, com o sinal igual ao do nivelamento.

$$\begin{aligned}
 &\text{Desnível AB} = (|\Delta H_{\text{NIV}}| + |\Delta H_{\text{CON}}|)/2 \quad (12.6) \\
 &\text{Desnível AB} = (|2,458| + |-2.460|) / 2 \\
 &\text{Desnível AB} = + 2,459 \text{ m}
 \end{aligned}$$

12.3.3.1.5 - Exercício

Dadas as cadernetas de nivelamento, realizar o cálculo do desnível entre as RRNN 217 e HV04. Verificar os resultados encontrados e calcular a altitude ortométrica de RN HV04 sabendo-se que a altitude ortométrica de RN 217 é igual a 900,00 m. Considerar a tolerância altimétrica igual a $ta = 2\text{cm} \times \sqrt{k}$

CADERNETA DE NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

RN 217	a RN HV04	Data: 09/01/2004
OPERADOR:		ANOTADOR:
EQUIPAMENTO:		Nº. DE SÉRIE:

Pontos Visados	Distância RE	Leituras Estadiométricas		Distância VANTE	Rio Nivelador		Desnível
		Ré	Vante		Ré	Vante	
RN 217		0,747	1,686				
		0,649	1,584		0,649	1,584	
A1		0,555	1,481				
		1,057	1,395				
A1		0,957	1,296		0,957	1,296	
A2		0,856	1,197				
		1,694	1,535				
A2		1,597	1,435		1,597	1,435	
A3		1,500	1,334				
		1,608	1,624				
A3		1,508	1,525		1,508	1,525	
A4		1,408	1,425				
		1,835	1,195				
A4		1,738	1,095		1,738	1,095	
A5		1,641	0,995				
		1,748	1,415				
A5		1,649	1,318		1,649	1,318	
A6		1,550	1,221				
		1,523	1,545				
A6		1,427	1,443		1,427	1,443	
A7		1,331	1,340				
		1,756	1,352				
A7		1,659	1,256		1,659	1,256	
A8		1,562	1,158				
		2,115	0,585				
A8		2,010	0,490		2,010	0,490	
A9		1,905	0,394				
		3,090	0,430				
A9		2,978	0,315		2,978	0,315	
HV04		2,866	0,200				
Σd. Ré		Σd. Vante			ΣDesnível		

CADERNETA DE NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

RN HV04	a RN 217	Data: 09/01/2004
OPERADOR:		ANOTADOR:
EQUIPAMENTO:		Nº. DE SÉRIE:

Pontos Visados	Distância RÉ	Leituras Estadimétricas		Distância VANTE	Rio Nivelador		Desnível
		Ré	Vante		Ré	Vante	
HV04		0,438	3,097				
B1		0,323	2,985		0,323	2,985	
		0,208	2,872				
B1		0,502	2,131				
		0,506	2,027		0,506	2,027	
B2		0,410	1,922				
B2		1,345	1,747				
		1,247	1,651		1,247	1,651	
B3		1,149	1,554				
B3		1,547	1,528				
		1,446	1,431		1,446	1,431	
B4		1,345	1,333				
B4		1,421	1,753				
		1,324	1,655		1,324	1,655	
B5		1,226	1,556				
B5		1,185	1,825				
		1,086	1,728		1,086	1,728	
B6		0,987	1,630				
B6		1,622	1,608				
		1,523	1,507		1,523	1,507	
B7		1,424	1,406				
B7		1,539	1,700				
		1,439	1,602		1,439	1,602	
B8		1,338	1,503				
B8		1,389	1,061				
		1,299	0,961		1,299	0,961	
B9		1,208	0,860				
B9		1,687	0,748				
		1,585	0,650		1,585	0,650	
RN217		1,483	0,552				
Σd. Ré		Σd. Vante			ΣDesnível		

Respostas:

Erro cometido: $E_c = 0,4 \text{ cm}$

Tolerância altimétrica: $t_a = \pm 1,267 \text{ cm}$

Desnível médio entre A e B: $\Delta h_{AB} = + 4,417 \text{ m}$

Altitude da RNHV04: $H_{RNHV04} = 904,417 \text{ m}$

12.3.3.2 - Método das Visadas Extremas

Neste método determina-se o desnível entre a posição do nível e da mira através do conhecimento da altura do nível e da leitura efetuada sobre a mira (figura 12.25). É um método de nivelamento bastante aplicado na área da construção civil.

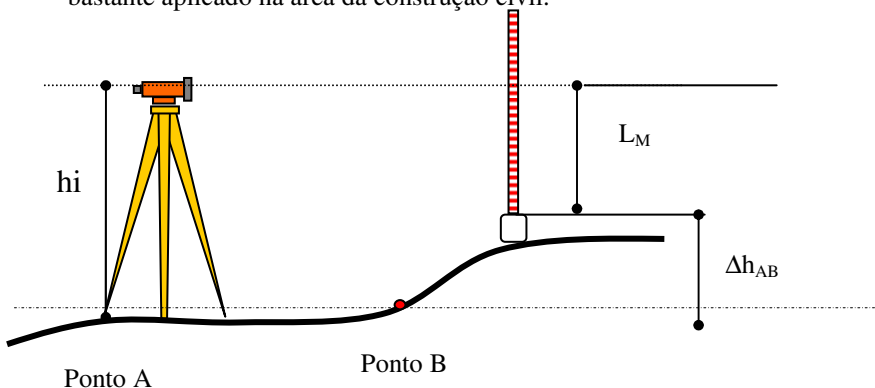


Figura 12.25 - Nivelamento geométrico método das visadas extremas.

Onde:

h_i : altura do instrumento;

L_M : Leitura do fio nivelador (fio médio);

Δh_{AB} = desnível entre os pontos A e B.

A grande vantagem deste método é o rendimento apresentado, pois se instala o nível em uma posição e faz-se a varredura dos pontos que se deseja determinar as cotas. Porém tem como inconveniente não eliminar os erros como curvatura, refração e colimação, além da

necessidade de medir a altura do instrumento, o que pode introduzir um erro de 0,5 cm ou maior. Para evitar este último, costuma-se realizar uma visada de ré inicial sobre um ponto de cota conhecida, e desta forma determinar a altura do instrumento já no referencial altimétrico a ser utilizado (figura 12.26).

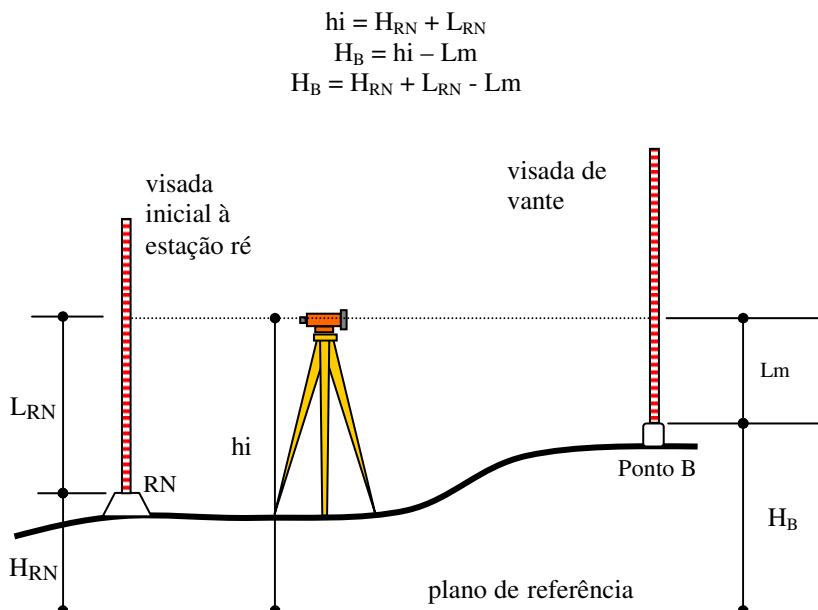


Figura 12.26 - Visada a uma RN para determinação da altura do instrumento.

Onde:

h_i : altura do instrumento;

L_M : Leitura do fio nivelador (fio médio);

L_{RN} : Leitura na mira posicionada sobre a RN;

H_{RN} : altitude da RN;

H_B : altitude do ponto B;

Δh_{AB} = desnível entre os pontos AB.

Para ilustrar a aplicação deste método é apresentado a seguir um exemplo. Deseja-se determinar as cotas dos pontos A, B, C e D, localizados dentro de uma edificação, em relação a referência de nível

dada (figura 12.27). O nível é estacionado em uma posição qualquer e faz-se primeiro uma visada de ré à referência de nível para determinar a altura do instrumento.

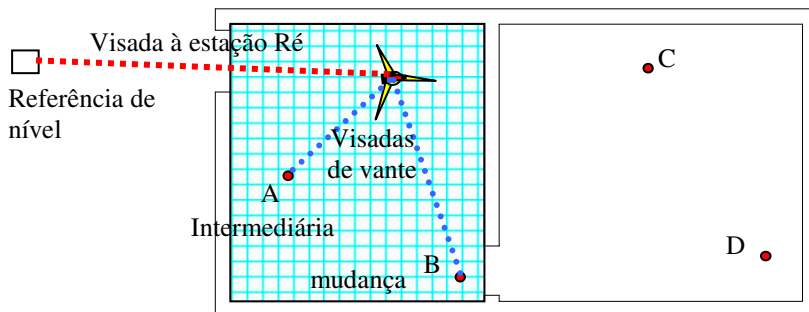


Figura 12.27 - Determinando as cotas de pontos em uma edificação.

Agora são feitas as visadas de vante às estações A e B. Da posição atual do nível é impossível realizar as leituras dos pontos C e D. Então o equipamento será estacionado em uma nova posição (figura 12.28). Cada vez que o equipamento é estacionado é necessário determinar a altura do mesmo e deve-se realizar uma leitura de ré em um ponto com cota conhecida.

Como a cota ponto B já foi determinada na ocupação anterior do equipamento, é possível utilizá-lo agora como estação de ré. Sempre que um ponto for utilizado com este propósito, a leitura de vante no mesmo será denominada de mudança. Todas as demais visadas de vante serão denominadas de intermediárias. Neste exemplo, para a primeira ocupação, a visada ao ponto A é denominada de intermediária e ao ponto B de mudança.

Após a nova instalação do equipamento é feita a visada de ré ao ponto B, sendo então possível fazer as visadas de vante aos pontos C e D. O exemplo de preenchimento de caderneta para este caso é mostrado na figura 12.29. A última leitura de vante executada no trabalho será sempre considerada como de mudança (será visto adiante o porque). Os valores das observações e dados iniciais estão representados em negrito e os valores calculados estão sublinhados. Durante o preenchimento da caderneta deve-se tomar o cuidado de, para cada posição do nível, anotar

primeiro todas as visadas de vante intermediárias e por último a visada de vante de mudança.

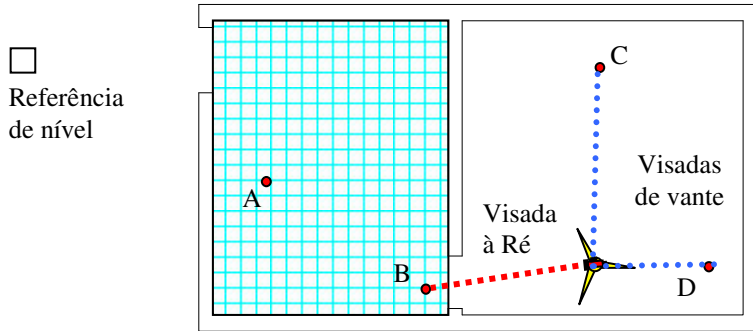


Figura 12.28 - Determinando as cotas de pontos C e D.

Ponto	Visada Ré	Altura do Instrumento	Visada Vante		Cota (m)
			Intermediária	Mudança	
RN	1,523	<u>11,523</u>			10,000
A		<u>11,523</u>	1,525		<u>9,998</u>
B		<u>11,523</u>		1,524	<u>9,999</u>
B	1,621	<u>11,620</u>			<u>9,999</u>
C		<u>11,620</u>	1,522		<u>10,098</u>
D		<u>11,620</u>		1,520	<u>10,100</u>

Cota da RN = 10,00 m

Figura 12.29 - Caderneta para nivelamento geométrico método das visadas extremas.

Os dados deste exemplo podem ser representados esquematicamente, conforme é apresentado a seguir, onde os valores indicados sobre as linhas de visada representam as leituras efetuados nos pontos, em metros (figura 12.30).

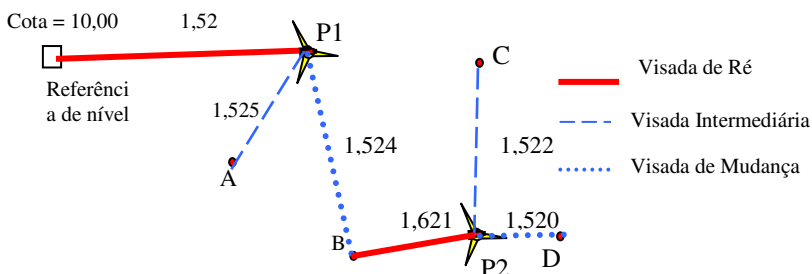


Figura 12.30 - Representação esquemática do nivelamento.

A seguir é apresentado o porquê de considerar a última leitura efetuada como sendo de mudança. Tome-se como exemplo o caso apresentado na figura 12.31, onde foram determinadas as cotas dos pontos de 1 a 7 através do nivelamento geométrico por visadas extremas. Neste caso o nível foi estacionado quatro vezes.

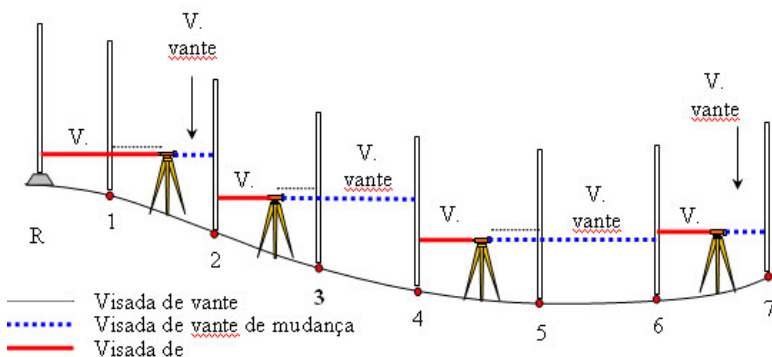


Figura 12.31 - Determinação do desnível entre os pontos 1 e 7.

Pela figura pode-se deduzir que:

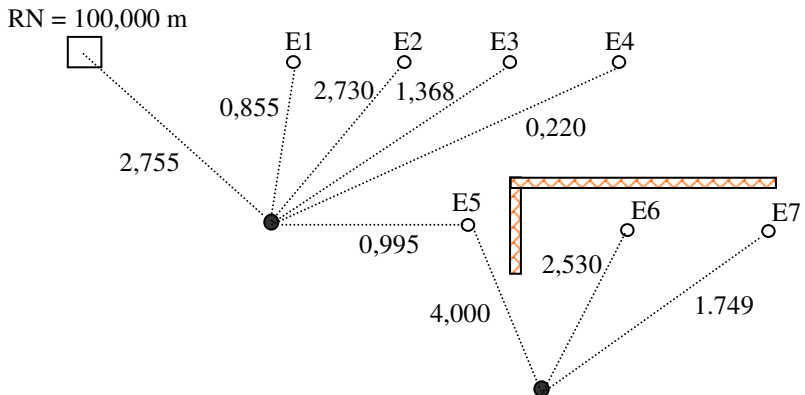
$$\Delta H_{RN7} = \Sigma R\acute{e} - \Sigma V\text{ante Mudan\c{c}a} \quad (12.9)$$

$$H_7 = H_{RN} + \Sigma R\acute{e} - \Sigma V\text{ante Mudan\c{c}a} \quad (12.10)$$

Desta forma, ao realizar-se os cálculos, é possível verificar se a cota do último ponto está correta.

12.3.3.2.1 - Exercício

Dado o esquema do nivelamento geométrico por visadas extremas, preencher a caderneta de campo e realizar os cálculos e verificações (as leituras estão em metros).



Estaca	Visada Ré	Altura do Instrumento	Visada Vante		Cota
			Intermediária	Mudança	
RN	2,755				100,000
E1		102,755	0,855		101,900
E2		102,755	2,730		100,025
E3		102,755	1,368		101,387
E4		102,755	0,220		102,535
E5		102,755		0,995	101,760
E5	4,000	105,760			101,760
E6		105,760	2,530		103,230
E7		105,760		1,749	104,011
Σ Ré	6,755		Σ Mudança		2,744

Fazendo a verificação:

$$H_{E7} = H_{RN} + \Sigma R\acute{e} - \Sigma \text{ Mudan\c{c}a}$$

$$H_{E7} = 100,000 + 6,755 - 2,744$$

$$H_{E7} = 104,011 \text{ m}$$

Em alguns casos pode ser necessário determinar a cota de pontos localizados na parte superior de uma estrutura, conforme ilustra a figura 12.32. Neste caso a única diferença é que a leitura efetuada com a mira nesta posição deve ser considerada negativa. Na figura 12.32 a leitura efetuada na mira ré é de 1,5m e na mira vante de 1,7m, a qual terá o sinal negativo. O desnível é calculado fazendo-se a diferença entre a leitura de ré e vante, ou seja:

$$\text{Desnível} = 1,5 - (-1,7) = 3,2 \text{ m}$$

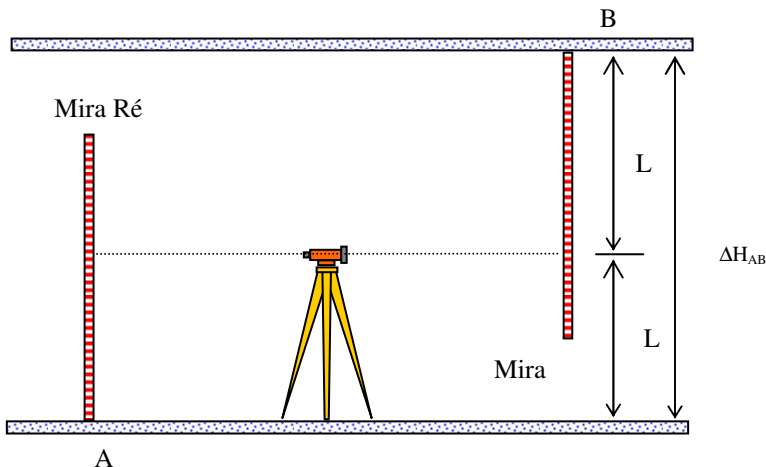
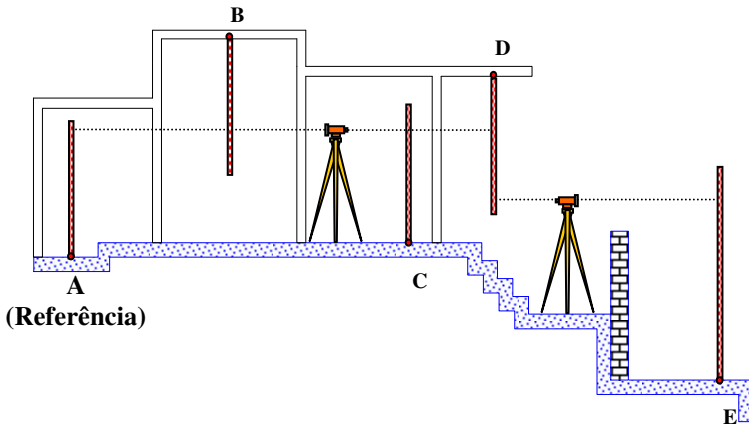


Figura 12.32 - Determinação de cotas de pontos no “teto”.

12.3.3.2.2 - Exercício

Calcular as cotas dos pontos B, C, D e E utilizando o nivelamento geométrico por visadas extremas. Nos pontos B e D a mira foi

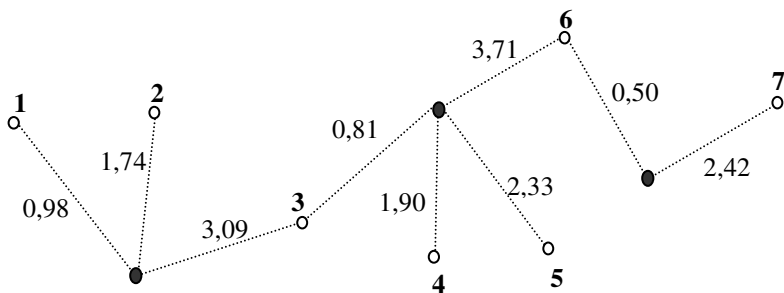
posicionada no teto da edificação (mira invertida). A cota do ponto A é igual a 100,00m. As leituras são dadas na caderneta do nivelamento.



Estaca	Visada Ré	Altura do Instrumento	Visada Vante		Cota
			Intermediária	Mudança	
A	1,687				100,000
B			-2,436		
C			1,357		
D				-1,566	
D	-3,587				
E				3,698	

12.3.3.2.3 - Exercício

Sabendo-se que o ponto 1 tem altitude igual a 974,150 m, calcular a altitude dos demais pontos. Obs.: As leituras estão em metros (m).



Estaca	Visada Ré	Altura do Instrumento	Visada Vante		Cota
			Intermediária	Mudança	
Σ Ré			Σ Mudança		

12.3.3.3 - Método das Visadas Equidistantes

Neste método de nivelamento geométrico efetuam-se duas medidas para cada lance (figura 12.33), o que permite eliminar os erros de colimação, curvatura e refração. A principal desvantagem deste método é a morosidade do mesmo.

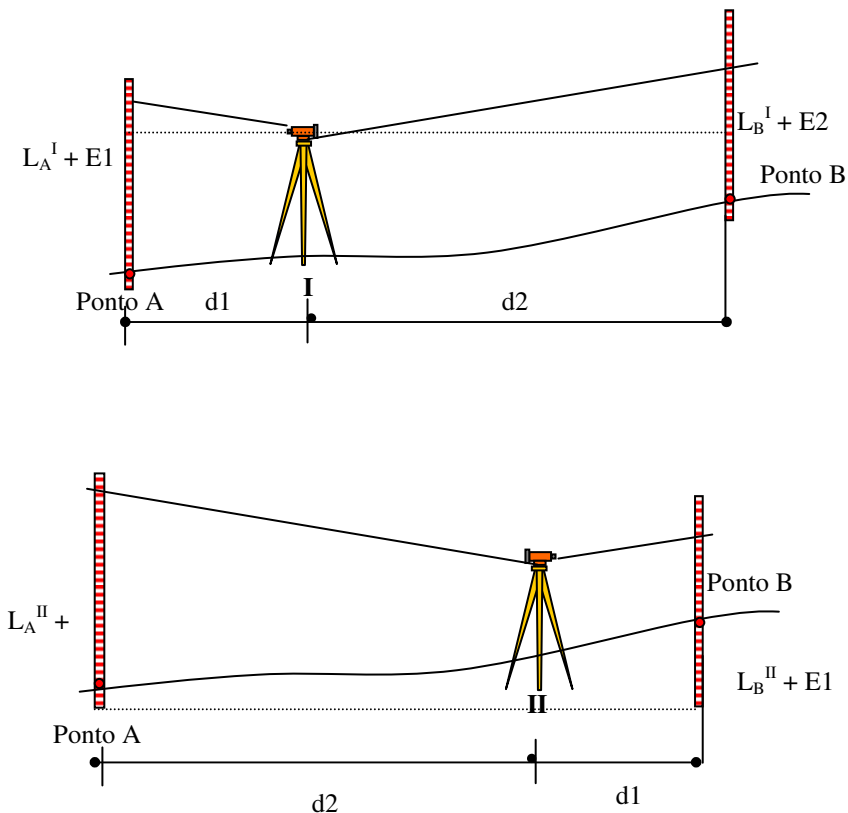


Figura 12.33 - Nivelamento geométrico método das visadas eqüidistantes.

Onde:

E1: erro na visada no lado curto

E2: erro na visada no lado longo

$$\Delta H_{AB}^I = L_A^I + E1 - (L_B^I + E2) \quad (12.11)$$

$$\Delta H_{AB}^I = L_A^I + E1 - L_B^I - E2 \quad (12.12)$$

$$\Delta H_{AB}^{II} = L_A^{II} + E2 - (L_B^{II} + E1) \quad (12.13)$$

$$\Delta H_{AB}^{\text{II}} = L_A^{\text{II}} + E_2 - L_B^{\text{II}} - E_1 \quad (12.14)$$

$$\Delta H_{AB} = (\Delta H_{AB}^{\text{I}} + \Delta H_{AB}^{\text{II}}) / 2 \quad (12.15)$$

$$\Delta H_{AB} = (L_A^{\text{I}} - L_B^{\text{I}} + L_A^{\text{II}} - L_B^{\text{II}} + E_1 - E_2 + E_2 - E_1) / 2 \quad (12.16)$$

$$\Delta H_{AB} = (L_A^{\text{I}} - L_B^{\text{I}}) / 2 + (L_A^{\text{II}} - L_B^{\text{II}}) / 2 \quad (12.17)$$

Para que este método tenha sua validade é necessário que ao instalar o nível nas duas posições, tome-se o cuidado de deixar as distâncias d_1 e d_2 sempre iguais (ou com uma diferença inferior a 2m). Uma das principais aplicações para este método é a travessia de obstáculos, como rios, terrenos alagadiços, depressões, rodovias movimentadas, etc. (Figura 12.34).

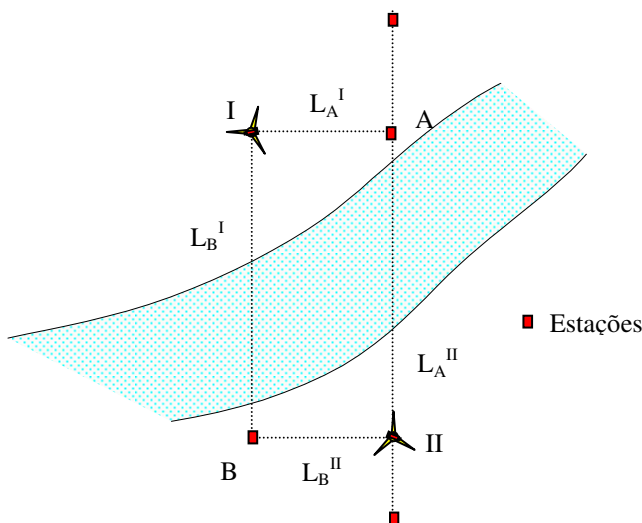


Figura 12.34 - Contorno de obstáculos utilizando o método de visadas extremas.

12.3.3.4 - Método das Visadas Recíprocas

Consiste em fazer a medida duas vezes para cada lance, sendo que diferentemente dos outros casos, o nível deverá estar estacionado sobre os pontos que definem o lance (figura 12. 35). Também são

eliminados os erros de refração, colimação e esfericidade, porém não se elimina o erro provocado pela medição da altura do instrumento.

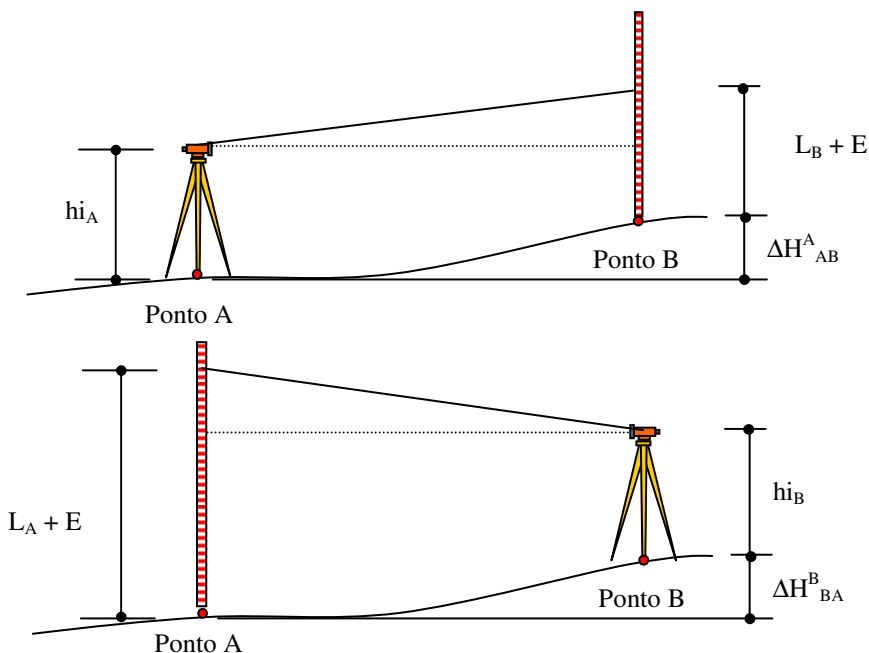


Figura 12.35 - Método das visadas recíprocas.

Observando a figura é possível deduzir que:

$$\Delta H_{AB}^A = hi_A - (L_B + E) \quad (12.18)$$

$$\Delta H_{BA}^B = hi_B - (L_A + E) \quad (12.19)$$

$$\Delta H_{AB}^B = -(\Delta H_{BA}^B) \quad (12.20)$$

$$\Delta H_{AB}^B = L_A + E - hi_B$$

$$\Delta H_{AB} = (\Delta H_{AB}^A + \Delta H_{AB}^B)/2 \quad (12.21)$$

$$\Delta H_{AB} = (L_A + E - hi_B + hi_A - L_B - E)/2 \quad (12.22)$$

$$\Delta H_{AB} = (hi_A - hi_B)/2 + (L_A - L_B)/2 \quad (12.23)$$

12.4 - Nivelamento Trigonométrico

O nivelamento trigonométrico baseia-se na resolução de um triângulo retângulo. Para tanto, é necessário coletar em campo, informações relativas à distância (horizontal ou inclinada), ângulos (verticais, zenitais ou nadirais), além da altura do instrumento e do refletor.

Este método de determinação de desnível pode ser dividido em nivelamento trigonométrico de lances curtos e lances longos.

12.4.1 - Nivelamento Trigonométrico para Lances Curtos

Utilizam-se lances curtos, visadas de até 150 m, para levantamento por caminhamento, amplamente aplicado nos levantamentos topográficos em função de sua simplicidade e agilidade. Quando o ângulo zenital é menor que 90^0 , a representação do levantamento pode ser vista através da figura 12.36.

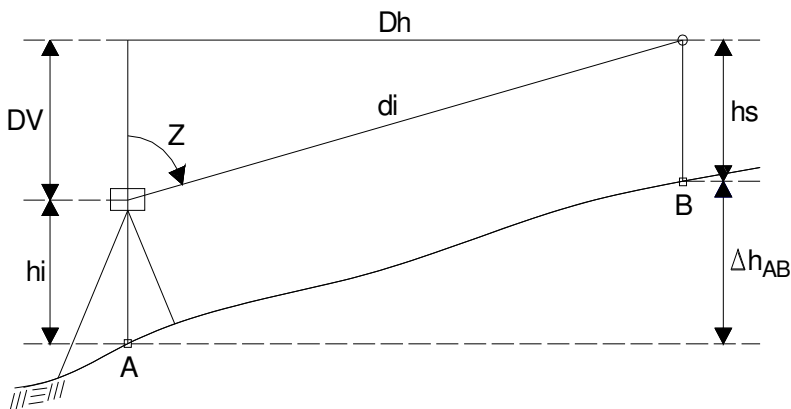


Figura 12.36 - Nivelamento trigonométrico.

$$DV + hi = hs + \Delta h_{AB} \quad (12.24)$$

$$\Delta h_{AB} = hi - hs + DV \quad (12.24)$$

$$\operatorname{tg}(Z) = \frac{D_h}{D_v} \quad (12.26)$$

$$D_v = \frac{D_h}{\operatorname{tg}(Z)} = D_h \times \cotg(Z) \quad (12.27)$$

ou ainda:

$$D_v = D_i \times \cos(Z) \quad (12.28)$$

Substituindo a equação (12.27) em (12.24) obtém-se:

$$\Delta h_{AB} = h_i - h_s + [D_h \times \cotg(Z)] \quad (12.29)$$

Substituindo a equação (12.28) em (12.24) obtém-se:

$$\Delta h_{AB} = h_i - h_s + [D_i \times \cos(Z)] \quad (12.30)$$

Onde:

Δh_{AB} = Desnível entre os pontos A e B sobre o terreno;

h_i = Altura do instrumento;

h_s = Altura do sinal (prisma);

D_i = Distância inclinada;

D_h = Distância horizontal;

D_v = Distância vertical;

Z = Ângulo zenital.

12.4.2 - Nivelamento Trigonométrico para Lances Longos

Este método está vinculado com a determinação dos desníveis entre os vértices da triangulação de segunda ordem. Nestes casos deve-se levar em consideração a influência da curvatura da Terra e refração atmosférica.

A expressão utilizada neste caso é a mesma que foi apresentada no item anterior, porém com a inclusão de um termo referente à correção relativa a curvatura da Terra e refração atmosférica:

$$\left[\frac{Dh^2}{2 \times R} \times (1 - k)\right] = \text{correção relativa à curvatura da Terra e refração atmosférica} \quad (12.31)$$

Onde:

Dh = Distância horizontal entre os pontos;

R = raio aproximado da Terra, que pode ser considerado como 6.400.000 m;

k = coeficiente de refração, variável para cada região, ano e para as horas do dia. No Brasil é utilizado o coeficiente médio $k = 0,13$.

Associando esta correção a expressão (12.29), a mesma toma a seguinte forma:

$$\Delta h_{AB} = h_i - h_s + [Dh \times \cot g(Z)] + \left[\frac{Dh^2}{2 \times R} \times (1 - k)\right] \quad (12.32)$$

12.4.3 - Exercício

Um Engenheiro Cartógrafo foi contratado para determinar o desnível entre um marco geodésico localizado na praça pública da cidade de Mariano Moro (RS) e uma colina afastada de aproximadamente 100 metros. Os dados coletados no campo são os seguintes.

Dados:

$D_i = 124,32 \text{ m}$

$Z = 81^\circ 10' 25''$

$h_i = 1,45 \text{ m}$

$h_s = 1,67 \text{ m}$

12.4.4 - Exercício

Idem ao anterior, agora com uma distância $D_i = 187,23 \text{ m}$.

12.4.5 - Exercício

Objetivando determinar a profundidade de uma mina de exploração de minérios um topógrafo realizou as seguintes observações:

Dados:

$$D_i = 101,3 \text{ m}$$

$$Z = 132^{\circ} 14' 33''$$

$$h_i = 1,54 \text{ m}$$

$$h_s = 1,56 \text{ m}$$

12.4.6 - Exercício

Idem ao anterior, agora com uma distância $D_i = 322,23 \text{ m}$.

Outra técnica de nivelamento é o nivelamento taqueométrico. As únicas diferenças com relação à metodologia descrita anteriormente consistem na forma de obter a distância entre os pontos e na determinação da altura do sinal. Com relação à distância utiliza-se a taqueometria e na determinação da altura do sinal, utiliza-se a leitura do fio médio. Estes dois conteúdos, medida de distância utilizando taqueometria e leituras utilizando mira estadimétrica foram discutidos no capítulo relacionado à determinação indireta de distâncias.

De acordo com a ABNT (NBR 13133, 1994, p.2) o croqui é um “esboço gráfico sem escala, em breves traços que facilitam a identificação de detalhes”.

Como desenho topográfico final a ABNT (NBR 13133, 1994, p 2) define:

“peça gráfica realizada, a partir do original topográfico, sobre base transparente, dimensionalmente estável (poliéster ou similar), quadriculada previamente, em formato definido nas NBR 8196, NBR 8402, NBR 8403, NBR 10068, NBR 10126, NBR 10582 e NBR 10647, com área útil adequada à representação do levantamento topográfico, comportando ainda, moldura e identificadores segundo modelo definido pela destinação do levantamento.”

Adicionalmente, o original topográfico é definido como:

“base em material dimensionalmente estável, quadriculada previamente, onde são lançados, na escala gráfica predeterminada, os pontos coletados no campo pelo levantamento topográfico, devidamente calculados e compensados e, em seguida, definidos os elementos planimétricos em suas dimensões e/ou traçadas as curvas de nível a partir dos pontos de detalhes e com controle nas referências de nível do apoio topográfico. Pode também ser obtido por processo informatizado, através de estações gráficas.” (NBR 13133, 1994, p 4).

Um desenho topográfico deve informar com precisão ao usuário a posição das feições levantadas em campo, bem como dados adicionais para o uso destas informações, como origem planimétrica das coordenadas, orientação, etc.

Atualmente é possível conjugar o uso de um programa para cálculo topográfico e um programa CAD. Alguns programas de Topografia têm seu CAD próprio, outros trabalham em conjunto com um CAD específico, como o AUTOCAD. Basicamente o que estes programas fazem é calcular as coordenadas dos pontos e lançá-las no editor gráfico para a realização do desenho. Além disto, apresentam uma

série de facilidades e utilitários para o desenho, como traçado de curvas de nível utilizando Modelos Digitais de Terreno, criação automática de malha de coordenadas, elaboração de perfis do terreno, inserção automática de folhas de desenho, rotulação de linhas com azimutes e distâncias, etc.

Com a utilização de um CAD para a elaboração do desenho ganha-se em tempo e qualidade. A elaboração do desenho de forma tradicional é muito demorada. Desenho com esquadros e transferidores, a elaboração de texto, entre outros, faz com que o processo seja bastante lento, além disto, neste caso é fundamental para um bom produto final que o desenhista tenha habilidade para este fim. Desenhos em CAD requerem que o desenhista tenha conhecimento do programa e a qualidade do produto final dependerá, entre outras coisas, da capacidade do desenhista de explorar as ferramentas disponíveis no mesmo. Cabe salientar que, seja no método tradicional quanto utilizando o computador, o desenhista deve conhecer os conceitos de desenho técnico e de representação topográfica.

No desenho topográfico, assim como na produção de qualquer mapa, em função da escala de representação, algumas das feições serão representadas em verdadeira grandeza através de suas dimensões medidas em campo, outras serão representadas utilizando-se símbolos. Estes poderão ser uma réplica da feição a ser representada, como o caso de um símbolo de árvore ou abstrações, ou um símbolo para a representação de uma RN, por exemplo. Nas abstrações são normalmente utilizados elementos geométricos como círculos e triângulos para compor o símbolo. A NBR 13133 apresenta em seu anexo B um conjunto de convenções topográficas para serem utilizadas nos desenhos topográficos. A figura 13.2 apresenta alguns destes símbolos.

Vértices Geodésicos ▲ 1º Ordem △ 2º Ordem △ 3º Ordem	RN Oficial ■ 1º Ordem ◻ 2º Ordem ◻ 3º Ordem	Vértices Topográficos ● Pol. Principal ● Pol. Secundária ○ Pol. Auxiliar
--	---	--

Figura 13.2 - Exemplos de convenções topográficas.

Fonte: ABNT (1994, p.32).

Utilizando-se um CAD é possível criar conjuntos de símbolos que podem ser facilmente empregados nos desenhos. Exemplos de setas de Norte são apresentados na figura 13.3.

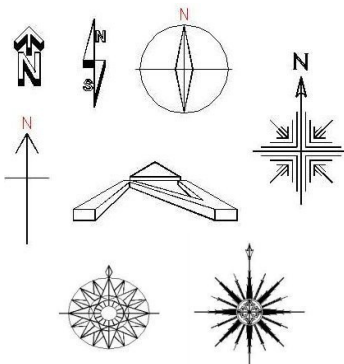


Figura 13.3 - Diferentes formas de indicação do Norte.

Para facilitar a compreensão do desenho deve ser elaborada uma legenda com o significado de cada símbolo.

Correções ou alterações também podem ser realizadas com facilidade. A figura 13.4 ilustra diferentes formas de representação para uma mesma área. São alterados os símbolos, posição dos textos e outros elementos, o que, em desenhos feitos à mão eram atividades não muito

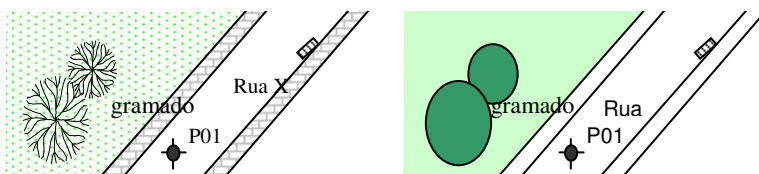


Figura 13.4 - Diferentes representações para uma mesma área.

Outra facilidade na utilização de CAD é a possibilidade de dividir os elementos em diferentes camadas ou *layers* (figura 13.5), útil no gerenciamento e elaboração do desenho, uma vez que podem ser mostradas em tela somente as feições desejadas, sem que haja a necessidade de apagar as demais feições.

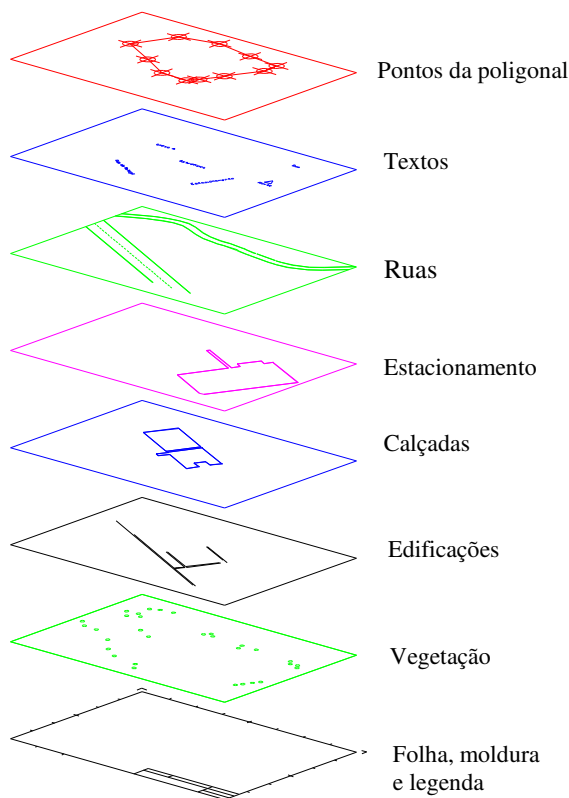


Figura 13.5 - Divisão do desenho em camadas.

É possível utilizar camadas para a elaboração de desenhos auxiliares, que não devem fazer parte do desenho final, como é o caso de uma triangulação para a realização da Modelagem Digital do Terreno (figura 13.6) ou linhas definidoras de áreas a serem preenchidas com texturas (hachura). Quando da elaboração do desenho final basta ocultar estas camadas.

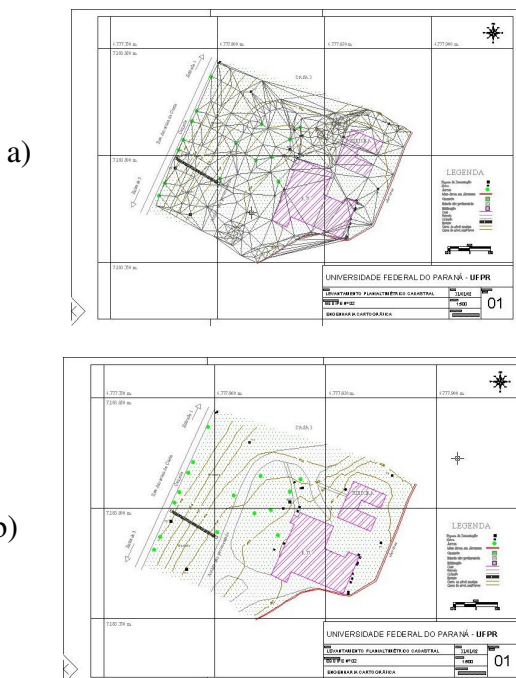


Figura 13.6 - Camadas auxiliares.

No caso “a” a camada com a triangulação está ativa. No caso “b” esta camada está desativada.

13.2 - Desenho Técnico

Os desenhos devem ser realizados em folhas com formato padrão de acordo com a NBR 10068, sendo que as folhas podem ser utilizadas tanto na vertical como na horizontal (figura 13.7).

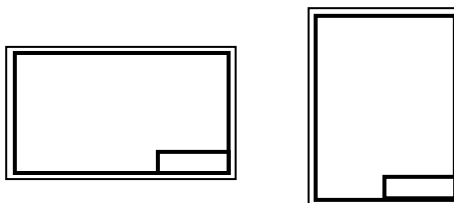


Figura 13.7 - Folhas na horizontal e vertical.

Os formatos das folhas da série denominada de “A” são apresentados na tabela 13.1.

Tabela 13.1 - Formatos da série A

Designação	Dimensões (mm)
A0	841 x 1189
A1	594 x 841
A2	420 x 594
A3	297 x 420
A4	210 x 297

Fonte: ABNT (1987).

De acordo com a NBR 10582 (ABNT, 1988), a folha de desenho deve conter espaços para desenho, texto e legenda, conforme ilustra a figura 13.8.

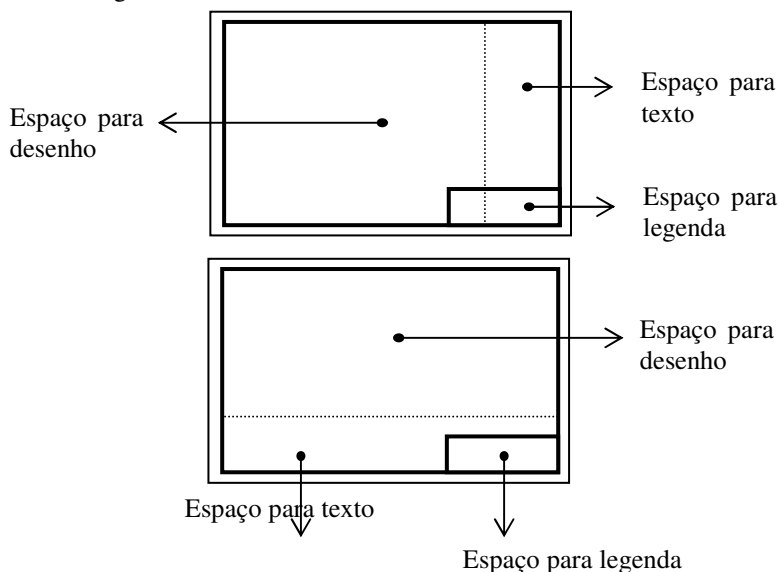


Figura 13.8 - Espaços para desenho, texto e legenda.
FONTE (ABNT, 1988).

No espaço para texto devem constar todas as informações necessárias ao entendimento do conteúdo do espaço para desenho. Este

espaço deve ser localizado à direita ou na margem inferior da folha, devendo ter largura igual a da legenda ou, no mínimo, 100 mm.

A legenda deverá conter as seguintes informações (ABNT, 1988):

- Designação da firma;
- Projetista, desenhista ou outro responsável pelo conteúdo do desenho;
- Local, data e assinatura;
- Nome e localização do projeto;
- Conteúdo do desenho;
- Escala (conforme NBR 8196);
- Número do desenho;
- Designação da revisão;
- Indicação do método de projeção conforme a NBR 10067;
- Unidade utilizada no desenho conforme a NBR 10126.

De acordo com a NBR 10068 (ABNT 1987) a legenda deverá ter 178 mm de comprimento nos formatos A4, A3 e A2 e 175mm nos formatos A1 e A0. A figura 13.9 apresenta um exemplo de legenda.

 DEPARTAMENTO DE GEOMÁTICA - UFPR		FOLHA 01 Folha única
OBRA/LEVANTAMENTO LEVANTAMENTO PLANIALTIMÉTRICO DO SETOR DE CIÊNCIAS DA TERRA		
CLIENTE UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ		
LOCAL CENTRO POLITÉCNICO S/N – CURITIBA - PR	ESCALA INDICADA	
RESPONSÁVEIS  _____ FULANO DA SILVA ENG. CARTOGRAFO CREA 00000 -00	REVISÃO 1º - 09/01/2004	
	DESENHO Beltrano	
	DATA 09/01/2004	

Figura 13.9 - Exemplo de legenda.

13.3 - Desenho Topográfico e NBR13133

A NBR 13133, nos seus itens 5.23 e 5.24, apresenta uma série de normativas relacionadas ao desenho topográfico, divididas entre a elaboração do original topográfico e o desenho topográfico final. A seguir são apresentados alguns destes itens. O número indicado entre parênteses refere-se ao número do item na norma.

“(5.23) Os elementos levantados no campo, devidamente calculados e compensados, devem ser lançados na escala predeterminada, numa base dimensionalmente estável quadriculada, constituindo-se no original topográfico.” ABNT (1994, p.11).

“(5.23.2) Os processos e instrumentos utilizados na elaboração do original topográfico devem estar de acordo com a escala adotada e não devem conduzir erros de graficismo que prejudiquem a exatidão conseguida nas operações de campo.” ABNT (1994, p.11).

“(5.23.6) O lançamento dos pontos de detalhe pode ser realizado por suas coordenadas planorretangulares ou por meio de suas coordenadas polares, no sistema topográfico adotado.” ABNT (1994, p.11).

“(5.23.8) As curvas de nível devem ser traçadas a partir dos pontos notáveis definidores do relevo, passando pelas interpolações controladas nas altitudes ou cotas entre pontos de detalhe. As curvas-mestras, espaçadas de cinco em cinco curvas, devem ser reforçadas e cotadas. No caso de haver poucas curvas-mestras, as intermediárias também devem ser cotadas.” ABNT (1994, p.11).

“(5.24) O desenho topográfico final do levantamento topográfico deve ser obtido por cópiagem do original topográfico, de forma permanente sobre base dimensionalmente estável, e deve utilizar as convenções topográficas adotadas nesta Norma (ver Anexo B). Alternativamente, pode ser substituído por mesa de desenho automático.” ABNT(1994, p.11).

“(5.24.1) As plantas devem ser apresentadas em formatos definidos pela NBR 10068¹, adequadas à finalidade do levantamento topográfico pelas suas áreas úteis, com representação de quadriculas de 10 cm de lado, trazendo nas bordas da folha as coordenadas planorretangulares de identificação da linha que representam, comportando, ainda, moldura, convenções e identificadores segundo modelo definido pela destinação do levantamento.” ABNT (1994, p.12).

A figura 13.10 apresenta um quadriculado cujo espaçamento é de 50m (a escala de representação seria de 1:500). A figura não está em escala.

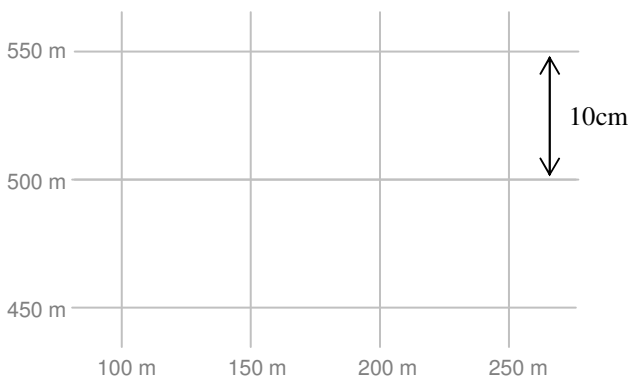


Figura 13.10 - Exemplo de quadriculado.

“(5.24.2) A toponímia, os números e outras referências devem ser desenhados de acordo com a NBR 6492².” ABNT (1994, p.12).

“(5.24.3) Os vértices das poligonais de apoio topográfico e as referências de nível devem estar lançadas nas plantas, sendo estas com as suas altitudes ou cotas assinaladas conforme 5.22.2 e os vértices locados por suas coordenadas conforme 5.22.1.3.” ABNT (1994, p.12).

¹ Nota dos autores: NBR 10068 – Folha de desenho – leiaute e dimensões.

² Nota dos autores: NBR 6492 – Representação de projetos de arquitetura.

O item 5.22.2 da norma estabelece que, altimetricamente, os resultados dos cálculos devem ser registrados até o milímetro, centímetro e decímetro, respectivamente, para altitudes ou cotas obtidas por nivelamento geométrico, nivelamento trigonométrico e nivelamento estadimétrico ABNT (1994, p.11).

O item 5.22.1.3, referente a concordância das medidas, diz que, processados os cálculos, as coordenadas analíticas devem ser registradas de forma concordante com as medidas observadas ABNT (1994, p.11).

“(5.24.4) No desenho final também devem ser registradas as origens planimétrica e altimétrica, bem como a finalidade do levantamento.” ABNT (1994, p.12).

14 - TERMOS TÉCNICOS UTILIZADOS EM INSTRUMENTAÇÃO TOPOGRÁFICA E GEODÉSICA

A terminologia utilizada em levantamentos topográficos e geodésicos, principalmente no que se refere à instrumentação, gera muita incerteza e mesmo conflito de interpretação na comunidade usuária. Na sequência serão apresentados termos técnicos que podem contribuir para a compreensão do conteúdo abordado nesta disciplina, como também para aprofundar a discussão da terminologia aplicada em instrumentação topográfica e geodésica (FAGGION, 2001).

METROLOGIA - Ciência das medições.

METROLOGIA CIENTÍFICA - Parte da metrologia que trata da pesquisa e manutenção dos padrões primários. No Brasil o Instituto Nacional de Metrologia (INMETRO) é o órgão que detém os padrões nacionais, no Laboratório Nacional de Metrologia, e que é encarregado de repassar os valores dos mesmos aos demais laboratórios nacionais, inclusive aos responsáveis pela metrologia legal.

METROLOGIA LEGAL - Parte da metrologia que trata das unidades de medida, métodos de medição e instrumentos de medição em relação às exigências técnicas e legais obrigatórias, as quais têm o objetivo de assegurar uma garantia pública do ponto de vista da segurança e da acurácia das medições. O principal objetivo estabelecido legalmente no campo econômico é proteger o consumidor enquanto comprador de produtos e serviços medidos, e o vendedor, enquanto fornecedor destes. Atualmente, não só atividades no campo comercial são submetidas à supervisão governamental em países desenvolvidos, mas também, instrumentos de medição usados em atividades oficiais, no campo médico, na fabricação de medicamentos, bem como nos campos de proteção ocupacional, ambiental e da radiação são submetidos, obrigatoriamente, ao controle metrológico. A exatidão das medições assume especial importância no campo médico face aos vários efeitos negativos que resultados de menor confiabilidade podem provocar à saúde humana.

AMBIGÜIDADE EM TEMPO - Condição em que se tenha mais do que um valor possível. Por exemplo, se um relógio de 24 horas

mostra 15 horas, 5 minutos e 8 segundos, há uma ambigüidade em relação ao dia, mês e ano.

ACURÁCIA³ ou **EXATIDÃO** - Grau de conformidade de um valor medido ou calculado em relação à sua definição ou com respeito a uma referência padrão.

ACURÁCIA DE MEDIÇÃO - Grau de concordância entre o resultado de uma medição e um valor verdadeiro do mensurando.

ACURÁCIA DE UM INSTRUMENTO DE MEDIÇÃO - Aptidão de um instrumento de medição para dar respostas próximas a um valor verdadeiro.

CLASSIFICAR - consiste em distribuir em classes ou grupos segundo um sistema de classificação. A norma brasileira NBR13133 (Execução de levantamentos topográficos), define as classes que devem ser enquadrados os instrumentos baseando-se no desvio padrão de um conjunto de observações obtidas seguindo uma metodologia própria.

AJUSTABILIDADE - Capacidade de um dispositivo em reproduzir o mesmo valor quando parâmetros específicos são ajustados independentemente sob condições estabelecidas de uso.

CALIBRAÇÃO - conjunto de operações que estabelece, em condições especificadas, a correlação entre valores de quantidades indicados por um instrumento de medida, ou sistema de medida, ou uma medida materializada e os verdadeiros convencionais da grandeza medida.

³ De acordo com FAGGION (2001) exatidão é um termo descritivo de resultados de operações exatas, portanto desvinculadas de observações. A definição acima cabe ao termo **Acurácia**. Este termo quando traduzido para o português pode ser vinculado à palavra precisão e exatidão, porém se sabe que em português suas definições são diferentes.

Observações:

1) o resultado de uma calibração permite determinar os valores das medidas indicadas ou as correções relativas aos valores indicados.

2) uma calibração também pode determinar outras propriedades metrológicas como, por exemplo, a influência da aplicação das correções nas medições.

3) o resultado de uma calibração pode ser registrado em um documento, chamado de certificado de calibração ou relatório de calibração. Não se efetua junto da calibração nenhuma intervenção e nenhuma alteração no aparelho de medição. Todavia, eventualmente a possibilidade de eliminar os desvios mediante a fixação dos valores de correção existe.

CERTIFICAÇÃO - Procedimento pelo qual um organismo imparcial credenciado atesta por escrito que o sistema ou pessoas são competentes para realizar tarefas específicas.

CERTIFICADO DE CALIBRAÇÃO - Documento que atesta e fornece ao proprietário do equipamento as informações necessárias para a interpretação dos resultados da calibração, e a metodologia utilizada no processo de calibração.

ENVELHECIMENTO - Mudança sistemática em frequência, ao longo do tempo, devido a mudanças internas em um oscilador. Por exemplo, a frequência de 100 kHz de um oscilador a quartzo pode envelhecer até que sua frequência se torne 100,01 kHz (ver deslizamento).

FAIXA NOMINAL - Faixa de indicação que se pode obter em uma posição específica dos controles de um instrumento de medição.

FAIXA DE MEDIÇÃO - Conjunto de valores de um mensurando, para o qual se admite que o erro de um instrumento de medição mantenha-se dentro dos limites especificados.

INSTRUMENTO DE MEDIÇÃO - dispositivo utilizado para uma medição, sozinho ou em conjunto com dispositivo(s) complementar (es).

INCERTEZA DE MEDIÇÃO - Parâmetro associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão dos valores que podem ser fundamentalmente atribuídos a um mensurando.

FASE - Medida de uma fração do período de um fenômeno repetitivo, em relação a alguma característica bem definida do fenômeno em si. Nos serviços de frequência padrão e sinais horários, são consideradas principalmente as diferenças de fase em tempo, tais como as diferenças de tempo entre duas fases identificadas do mesmo fenômeno ou de dois fenômenos diferentes.

FREQÜÊNCIA - Razão de variação temporal de um fenômeno periódico.

PADRÃO - Medida materializada, instrumento de medição, material de referência ou sistema de medição destinado a definir, realizar, conservar ou reproduzir uma unidade ou um ou mais valores de uma grandeza para servir como referência.

PADRÃO INTERNACIONAL - Padrão reconhecido por um acordo internacional para servir, internacionalmente, como base para estabelecer valores a outros padrões da grandeza a que se refere.

PADRÃO NACIONAL - Padrão reconhecido por uma decisão nacional para servir, em um país, como base para estabelecer valores a outros padrões da grandeza a que se refere.

PADRÃO PRIMÁRIO - Padrão que é designado ou amplamente reconhecido como tendo as mais altas qualidades metrológicas e cujo valor é aceito sem referência a outros padrões de mesma grandeza.

PADRÃO SECUNDÁRIO - Padrão cujo valor é estabelecido por comparação a um padrão primário da mesma grandeza.

PADRÃO DE REFERÊNCIA - Padrão, geralmente tendo a mais alta qualidade metrológica disponível em um dado local ou em uma dada organização, a partir do qual as medições lá executadas são derivadas.

PADRÃO DE TRABALHO - Padrão utilizado rotineiramente para calibrar ou controlar medidas materializadas, instrumentos de medição ou materiais de referência.

PRECISÃO - O grau de concordância mútua entre uma série de medidas individuais. A precisão é muitas vezes, mas não necessariamente, expressa pelo desvio padrão das medidas.

RASTREABILIDADE - Propriedade do resultado de uma medição ou do valor de um padrão estar relacionado a referências estabelecidas, geralmente padrões nacionais ou internacionais, através de uma cadeia contínua de comparações, todas tendo incertezas estabelecidas.

REPRODUTIBILIDADE - Quando se refere às medidas realizadas por um conjunto independente de dispositivos semelhantes, a reprodutibilidade constitui a habilidade desses dispositivos em reproduzir os mesmos resultados.

RESOLUÇÃO - Resolução de uma medida é o algarismo menos significativo que pode ser medido, e depende do instrumento utilizado para realizar a medida. Por exemplo, a medida de deslocamentos lineares feitos com um interferômetro *LASER* pode ter uma resolução de 1mm.

VERIFICAÇÃO - Conjunto de operações, compreendendo o exame, a marcação ou selagem (ou) emissão de um certificado e que constate que o instrumento de medir ou medida materializada satisfaz às exigências regulamentares.

15 - REPRESENTAÇÃO DO RELEVO

15.1 - Introdução

O relevo da superfície terrestre é uma feição contínua e tridimensional. Existem diversas maneiras para representar o mesmo (figura 15.1), sendo as mais usuais as curvas de nível e os pontos cotados.

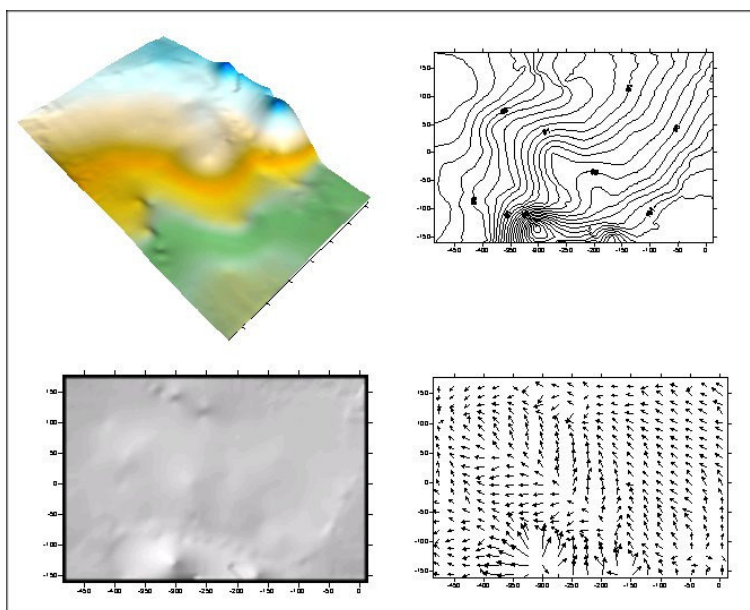


Figura 15.1 - Diferentes formas de representação do relevo.

Ponto Cotado: é a forma mais simples de representação do relevo; as projeções dos pontos no terreno têm representado ao seu lado as suas cotas ou altitudes (figura 15.2). Normalmente são empregados em cruzamentos de vias, picos de morros, etc.

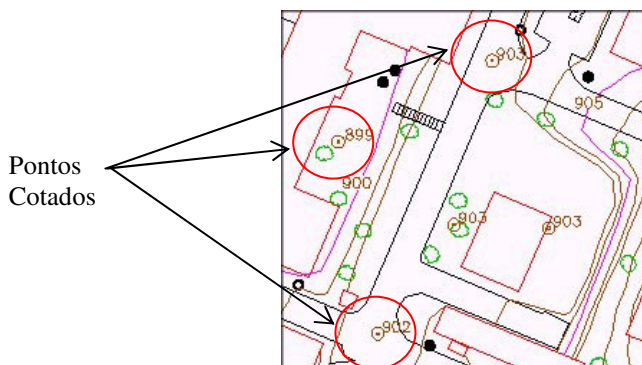


Figura 15.2 - Pontos cotados.

Perfis transversais: são cortes verticais do terreno ao longo de uma determinada linha. Um perfil transversal é obtido a partir da interseção de um plano vertical com o terreno (figura 15.3). É de grande utilidade em engenharia, principalmente no estudo do traçado de estradas.

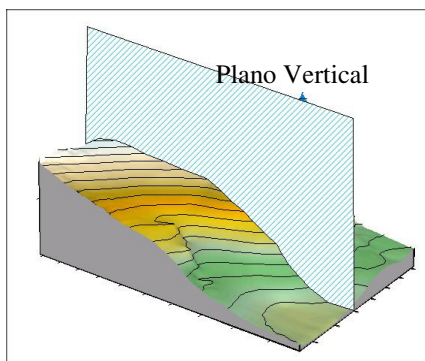


Figura 15.3 - Interseção de um plano vertical com o relevo.

Um exemplo de perfil é apresentado na figura 15.4.

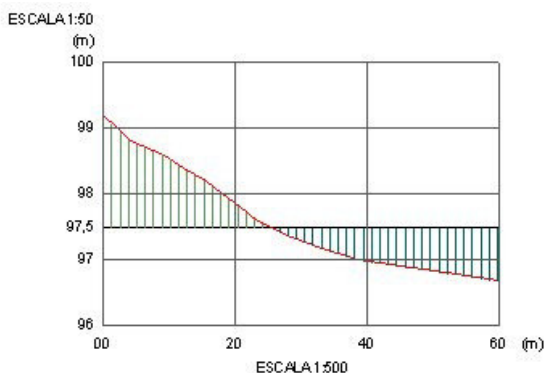


Figura 15.4 - Perfil do Terreno.

Durante a representação de um perfil, costuma-se empregar escalas diferentes para os eixos X e Y, buscando enfatizar o desnível entre os pontos, uma vez que a variação em Y (cota ou altitude) é menor. Por exemplo, pode-se utilizar uma escala de 1:100 em X e 1:10 em Y.

Curvas de nível: forma mais tradicional para a representação do relevo. Podem ser definidas como linhas que unem pontos com a mesma cota ou altitude. Representam em projeção ortogonal a interseção da superfície do terreno com planos horizontais (figura 15.5).

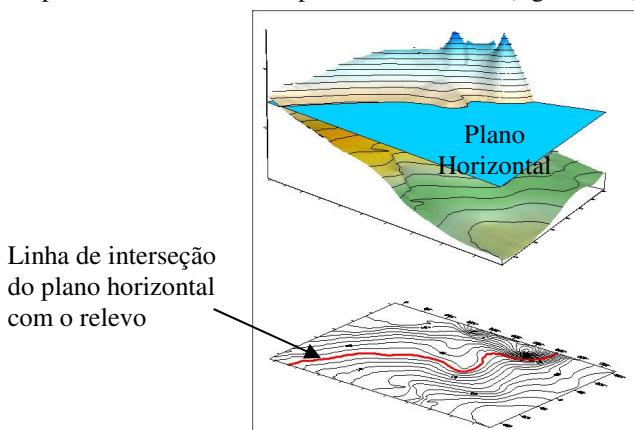


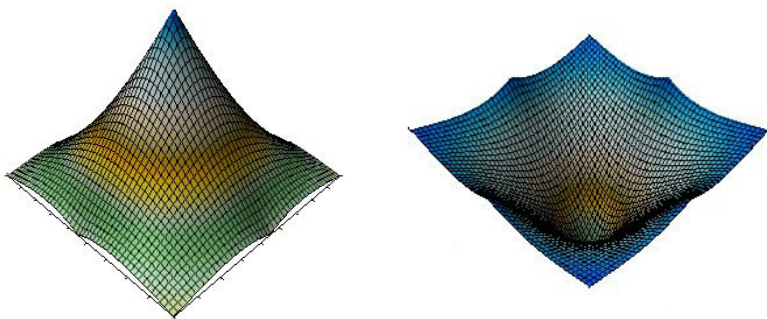
Figura 15.5 - Interseção do plano horizontal com a superfície física.

A diferença de cota ou altitude entre duas curvas de nível é denominada de equidistância vertical, obtida em função da escala da carta, tipo do terreno e precisão das medidas altimétricas. Alguns exemplos são apresentados na tabela a seguir.

Tabela 15.1 - Escala e equidistância.

Escala	Equidistância
1:500	0,25 a 0,50m
1:1000	1,00 m
1:2000	2,00 m
1:5000	5,00 m
1:10000	10,00 m
1:50000	20,00 m
1:100000	50,00 m

As curvas de nível devem ser numeradas para que seja possível a sua leitura. A figura 15.6 apresenta a representação de uma depressão e uma elevação empregando-se as curvas de nível. Neste caso esta numeração é fundamental para a interpretação da representação.



Elevação

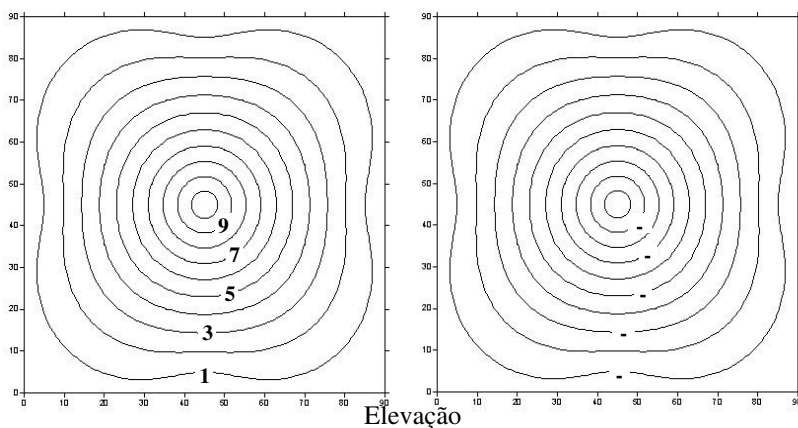


Figura 15.6 - Elevação e depressão.

As curvas de nível podem ser classificadas em curvas mestras ou principais e secundárias. As mestras são representadas com traços diferentes das demais (mais espessos, por exemplo), sendo todas numeradas (figura 15.7) As curvas secundárias complementam as informações.

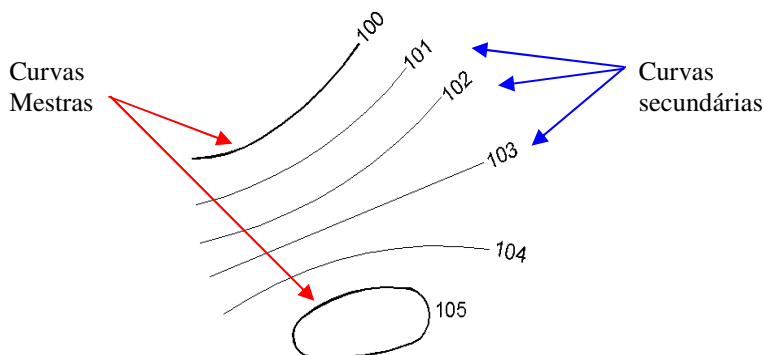


Figura 15.7 - Curvas mestras e secundárias.

Algumas regras básicas a serem observadas no traçado das curvas de nível:

- a) As curvas de nível são "lisas", ou seja não apresentam cantos.

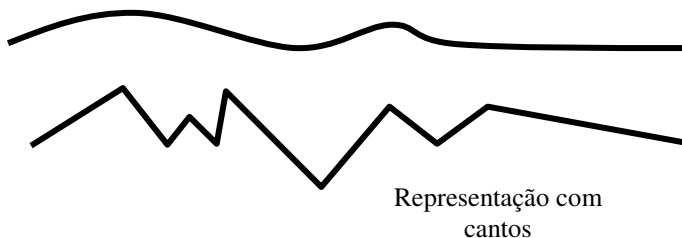


Figura 15.8 - Curvas de Nível "lisas".

- b) Duas curvas de nível nunca se cruzam (figura 15.9).

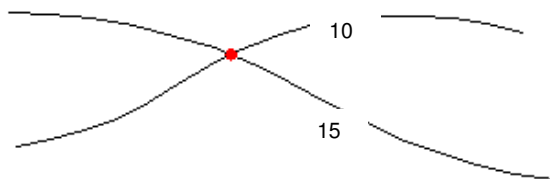


Figura 15.9 - Erro na representação das curvas: cruzamento.

- c) Duas curvas de nível nunca se encontram e continuam em uma só (figura 15.10).

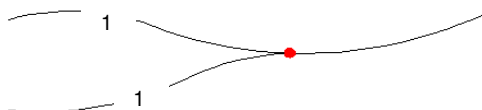


Figura 15.10 - Erro na representação das curvas: encontro de curvas.

- d) Quanto mais próximas entre si, mais inclinado é o terreno que representam (figura 15.11).

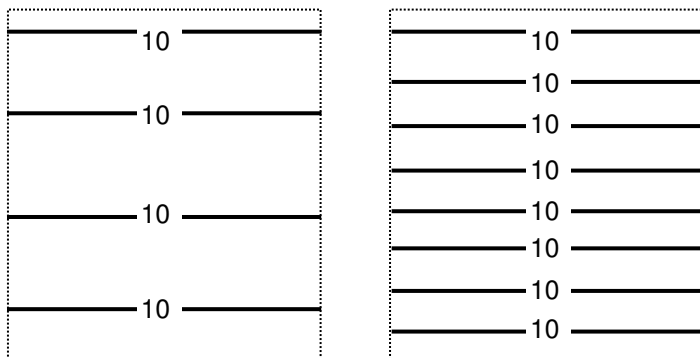


Figura 15.11 - Representação de relevos com diferentes inclinações.

A figura 15.12 apresenta uma vista tridimensional do relevo e as respectivas curvas de nível.

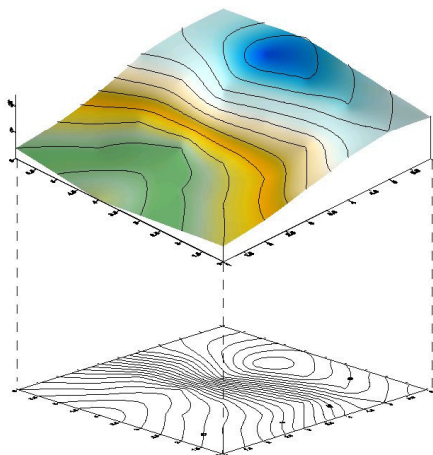


Figura 15.12 - Representação tridimensional do relevo e curvas de nível.

15.2 - Métodos para a Interpolação e Traçado das Curvas de Nível

Com o levantamento topográfico altimétrico são obtidos diversos pontos com cotas/altitudes conhecidas. A partir destes é que as curvas serão desenhadas (figura 15.13). Cabe salientar a necessidade das coordenadas planas dos pontos para plotá-los sobre a carta.

Como visto no capítulo referente a altimetria, o número de pontos e sua posição no terreno influenciarão no desenho final das curvas de nível.

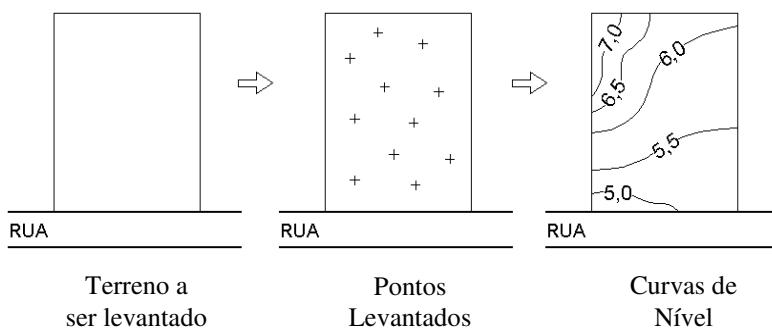


Figura 15.13 - Representação a partir dos pontos obtidos em campo.

O que se faz na prática é, a partir de dois pontos com cotas conhecidas, interpolar a posição referente a um ponto com cota igual a cota da curva de nível que será representada (figura 15.14). A curva de nível será representada a partir destes pontos.

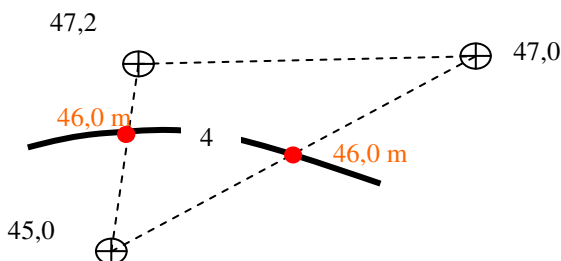


Figura 15.14 - Interpolação da cota de um ponto.

Entre os métodos de interpolação mais importantes destacam-se:

15.2.1 - Método Gráfico

A interpolação das curvas baseia-se em diagramas de paralelas e divisão de segmentos. São processos lentos e atualmente pouco aplicados.

a) Diagramas de paralelas

Neste método traça-se um diagrama de linhas paralelas eqüidistantes (figura 15) em papel transparente, correspondendo as cotas das curvas de nível.



Figura 15.15 - Diagrama de linhas paralelas.

Rotaciona-se o diagrama de forma que as cotas dos pontos extremos da linha a ser interpolada coincidam com os valores das cotas indicadas no diagrama. Uma vez concluída esta etapa, basta marcar sobre a linha que une os pontos, as posições de interseção das linhas do diagrama com a mesma. A figura 15.16 ilustra este raciocínio.

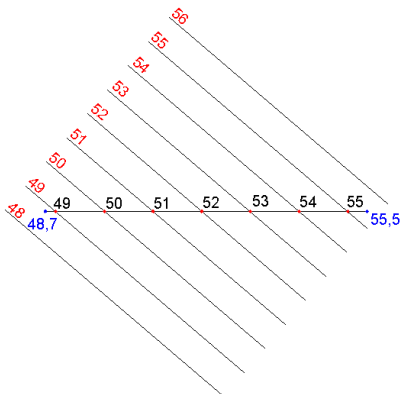


Figura 15.16 - Interpolação das curvas empregando diagrama de linhas paralelas.

b) Divisão de segmentos.

O processo de interpolação empregando-se esta técnica pode ser resumido por:

- Inicialmente, toma-se o segmento AB que se deseja interpolar as curvas. Pelo ponto A traça-se uma reta r qualquer, com comprimento igual ao desnível entre os pontos A e B, definido-se o ponto B' (figura 15.17). Emprega-se a escala que melhor se adapte ao desenho.

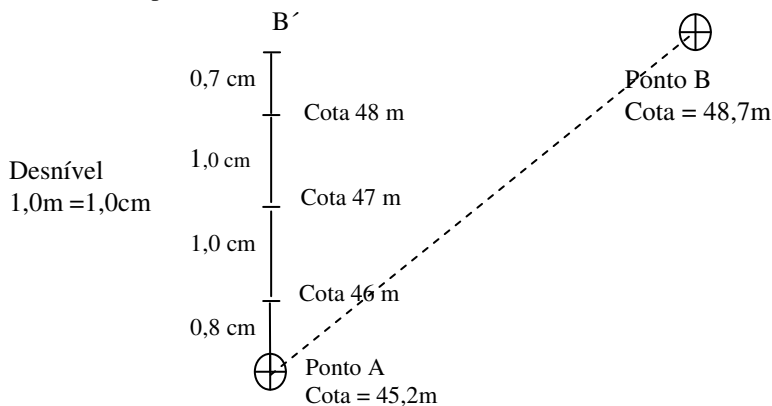


Figura 15.17 - Traçado de uma reta r com comprimento igual ao desnível entre os pontos A e B.

Marcam-se os valores das cotas sobre esta reta e une-se o ponto B' ao ponto B. São traçadas então retas paralelas à reta B'B passando pelas cotas cheias marcadas na reta r (figura 15.18). A interseção destas retas com o segmento AB é a posição das curvas interpoladas.

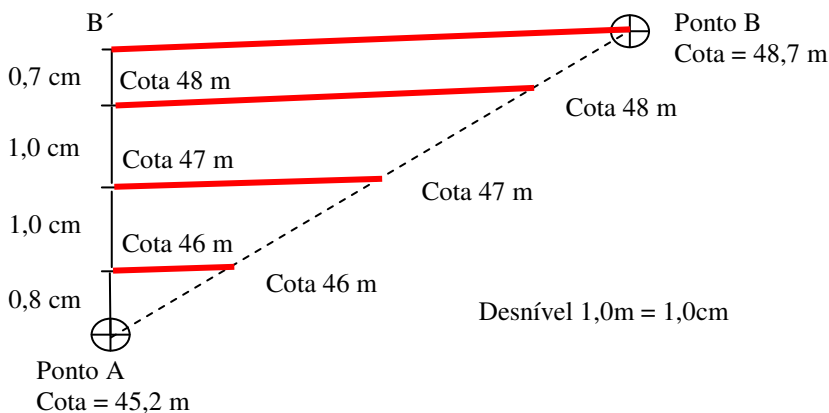


Figura 15.18 - Retas paralelas ao segmento AB'.

15.2.2 - Método Numérico

Utiliza-se uma regra de três para a interpolação das curvas de nível. Devem ser conhecidas as cotas dos pontos, a distância entre eles e a equidistância das curvas de nível. Tomando-se como exemplo os dados apresentados na figura 15.19, sabe-se que a distância entre os pontos A e B no desenho é de 7,5 cm e que o desnível entre eles é de 12,9 m. Deseja-se interpolar a posição por onde passaria a curva com cota 75 m.

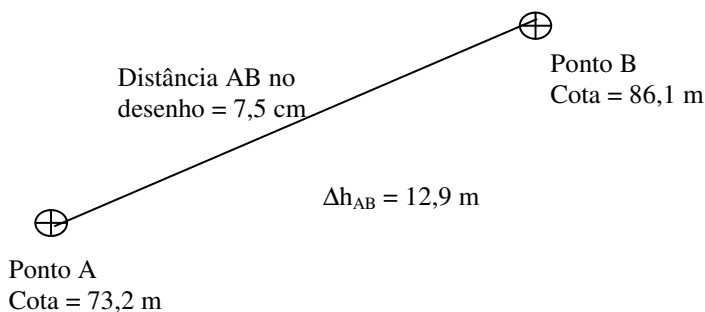


Figura 15.19 - Exemplo de interpolação numérica.

É possível calcular o desnível entre o ponto A e a curva de nível com cota 75 m ($75 \text{ m} - 73,2 = 1,8 \text{ m}$). Sabendo-se que em 7,5 cm o desnível entre os pontos é de 12,9 m, em "x" metros este desnível será de 1,8 m.

$$\begin{array}{rcl} 7,5\text{cm} & \rightarrow & 12,9\text{m} \\ x & \rightarrow & (75\text{m} - 73,2\text{m}) = 1,8\text{m} \end{array} \quad (15.1)$$

$$x = \frac{7,5 \cdot 1,8}{12,9}$$

$x = 1,05 \text{ cm}$, arredondando para 1cm.

Neste caso, a curva de nível com cota 75 m estará passando a 1,05 cm do ponto A. Da mesma forma, é possível calcular os valores para as curvas 80 e 85 m (respectivamente 3,9 e 6,9 cm). A figura 15.20 apresenta estes resultados.

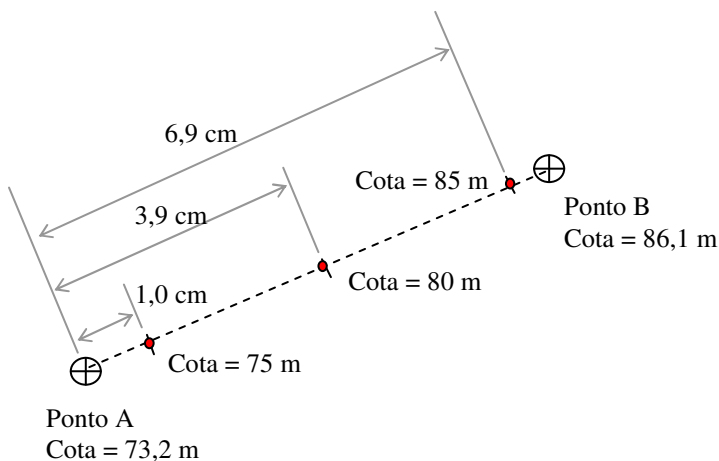


Figura 15.20 - Resultado da interpolação numérica para o segmento AB.

No traçado das curvas de nível, os pontos amostrados podem estar em formato de malha regular de pontos. Neste caso, as curvas de nível são desenhadas a partir desta malha. A sequência de trabalhos será:

- definir a malha de pontos;
- determinar a cota ou altitude de todos os pontos da malha;
- interpolar os pontos por onde passarão as curvas de nível;
- desenhar as curvas.

A figura 15.21 ilustra o resultado para uma célula da malha.

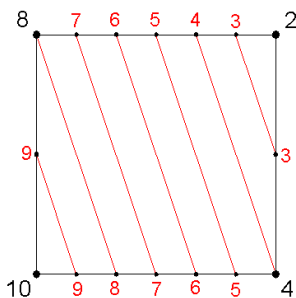


Figura 15.21 - Interpolação e desenho das curvas em uma célula da malha quadrada.

Quando se utiliza este procedimento aparecerão casos em que o traçado das curvas de nível em uma mesma malha pode assumir diferentes configurações (ambigüidade na representação), conforme ilustra a figura 15.22. Nestes casos, cabe ao profissional que está elaborando o desenho optar pela melhor representação, bem como desprezar as conceitualmente erradas, como o caso da primeira representação na figura 15.22.

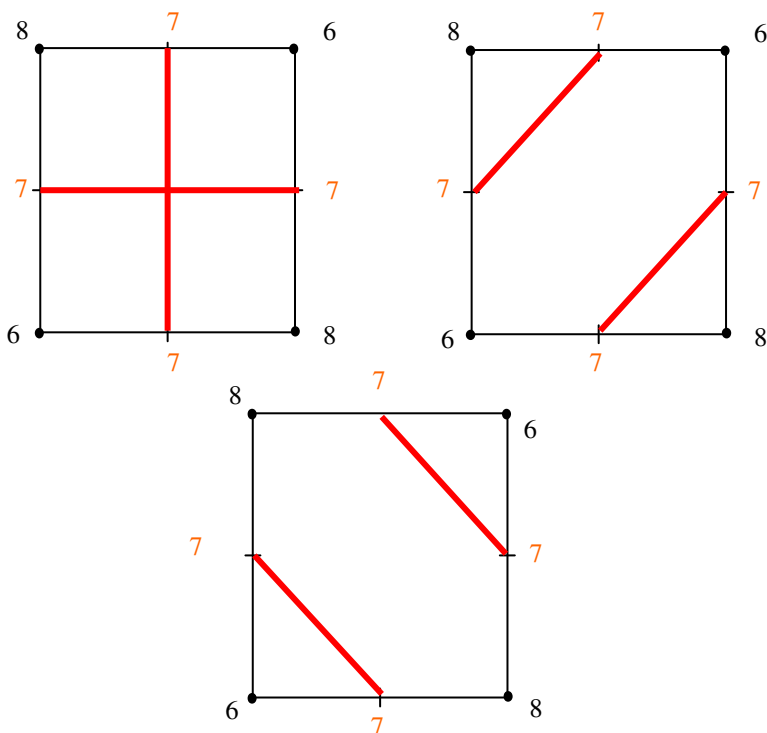


Figura 15.22 - Ambigüidade na representação em uma célula da malha quadrada.

Ao invés de utilizar uma malha quadrada é possível trabalhar com uma malha triangular. A partir dos pontos amostrados em campo, é desenhada uma triangulação e nesta são interpolados as curvas de nível (figura 15.23).

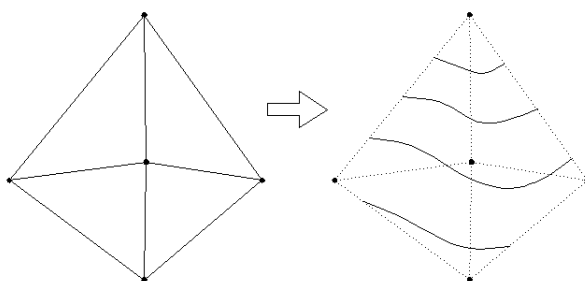


Figura 15.23 - Malha triangular.

Neste caso não existem problemas com ambigüidade. Durante a triangulação deve-se tomar o cuidado de formar os triângulos entre os pontos mais próximos e evitar triângulos com ângulos agudos. Na figura 15.24, para a segunda triangulação, os triângulos foram formados por pontos próximos, tentando-se evitar ângulos agudos.

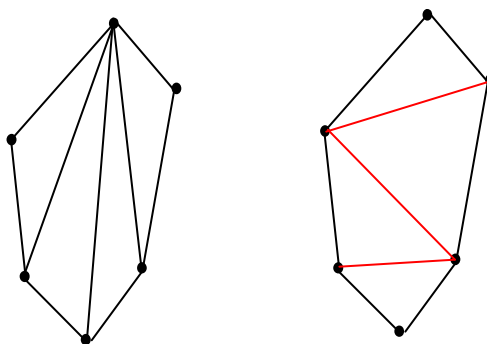


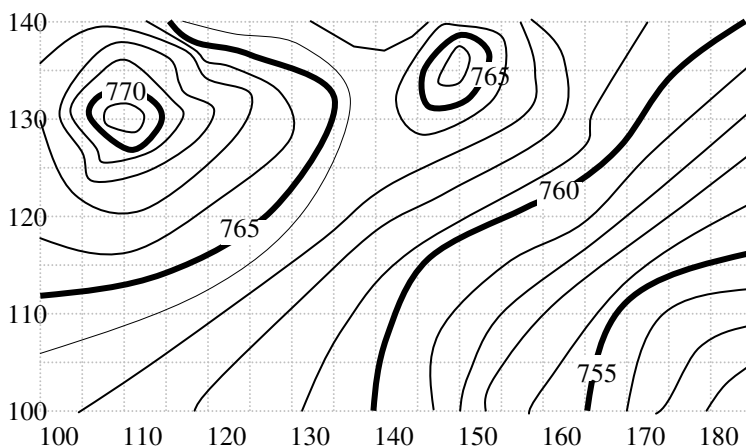
Figura 15.24 - Triangulação.

15.2.3 - Exercício

Dadas as curvas de nível e os pontos A, B, C e D, pede-se:

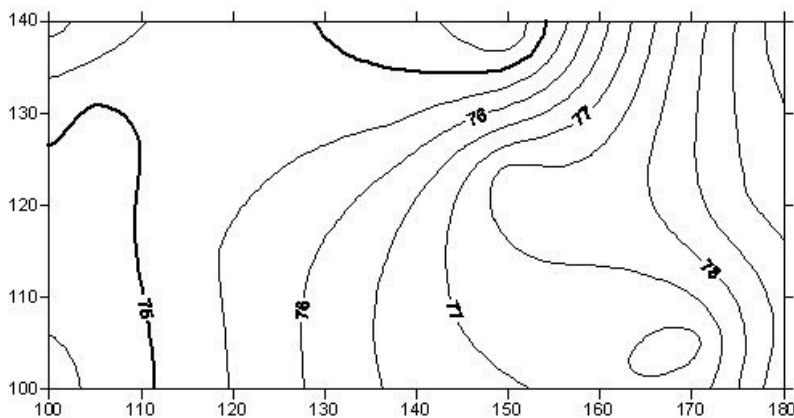
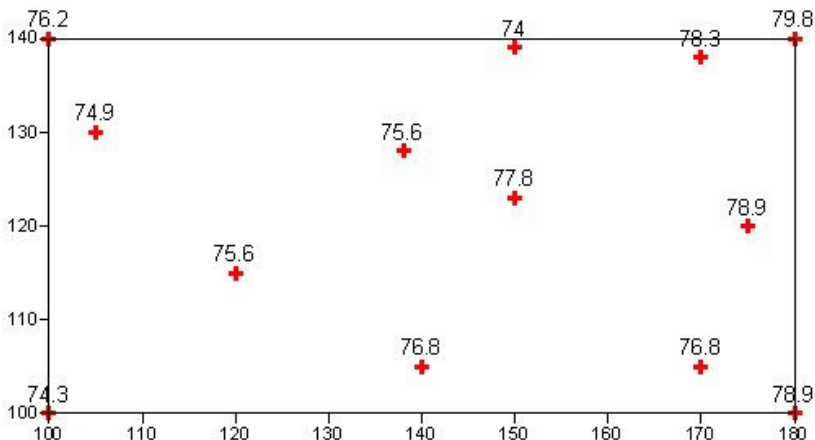
Ponto	X (m)	Y (m)
A	110	135
B	155	125
C	170	115
D	110	105

- 1 - O espaçamento entre as curvas de nível (eqüidistância);
- 2 - A cota dos pontos A, B, C e D;
- 3 - A distância AB;
- 4 - Traçar o perfil da estrada entre os pontos C e D.



15.2.4 - Exercício

Dados os pontos cotados, desenhar as curvas de nível. Comparar com as curvas geradas a partir de um programa para Modelagem Digital de Terrenos. Desenhar as curvas com equidistância de 0,5m. As cotas estão em metros.



16 - BIBLIOGRAFIA

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 13133: Execução de levantamento topográfico.** Rio de Janeiro, 1994. 35p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 10068: Folha de desenho - leiaute e dimensões.** Rio de Janeiro, 1987. 6 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 10582: Conteúdo da folha para desenho técnico.** Rio de Janeiro, 1988. 5 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 14166: Rede de referência cadastral municipal - procedimento.** Rio de Janeiro, 1998. 23p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 8196, Emprego de escalas em Desenho Técnico: Procedimentos.** Rio de Janeiro, 1983.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **O que é Normalização.** Disponível em: <http://www.abnt.org.br/normal_oque_body.htm> Acesso em: 17 nov. 2003.

BARBOSA, L. G. **Proposta de unificação do sistema altimétrico da Grande São Paulo.** São Paulo, 1996. 107p. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

BIBVIRT - Biblioteca virtual do estudante brasileiro. **Aula 3 Normalização no Brasil.** Disponível em: <<[>>](http://www.bibvirt.futuro.usp.br/index.html?principal.html&2)> Acesso em: 27 de nov. 2003.

BRASIL, Ministério do Exército, Estado Maior do Exército, Manual Técnico - Serviço Geográfico. **Nivelamento Geométrico.** 1975.

BRASIL. Ministério do Planejamento e Orçamento, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Diretoria de Geociências, Departamento de Geodésia. **Especificações e normas gerais para levantamentos geodésicos, coletânea de normas vigentes**. 1998.

BRINKER, R. C. Surveying field notes, data collectors. In: BRINKER, R. C.; MENNICK, R. ed. **The surveying handbook**. 2 ed. New York: Chapman & Hall, 1995. 967p.

BRINKER, R. C.; WOLF, P. R. **Elementary Surveying**. 6 ed. New York: Harper & Row, 1977. 568p.

BURCHARD, B.; HARMAN, P. COGO A GO-GO. CADALYST, V.15, N.6, P.56-64, JUN. 1998.

CAMPBELL, J. **RS 232 Técnicas de interface**. São Paulo: EBRAS, 1986. 158 p.

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DO PARANÁ (CEFET). **Matemática, ETE's e CEFET's - Trigonometria**. Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná: Curitiba, 1984.

CINTRA, J. P. **Automação da Topografia: do campo ao projeto**. Tese apresentada à EPUSP para obtenção do título de livre docente junto ao Departamento de Engenharia de Transportes na área de Informações Espaciais. São Paulo, junho de 1993. 120 p.

CINTRA, J. P. **Topografia Notas de Aula**. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Transportes, Laboratório de Topografia e Geodésia. Disciplina de Topografia Básica PTR 285. São Paulo, 1996.

CLMSYSTEMS. **The men who made COGO**. Disponível em: <http://www.clmsystems.com/docs/RIs1/1x210.html> Acesso em: 20 oct. 1998.

DOUBECK, A. **Topografia**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 1989.

DURAN V. J. L. **Topografia Eletrônica**, Notas de Aula, 199_. 67p.

ESPARTEL, L. **Curso de Topografia**. 9 ed. Rio de Janeiro, Globo, 1987.

FAGGION, P. L. **Determinação do Fator de Escala em Estações Totais e MED Utilizando Observações de Campo e Laboratório**, Curitiba, 1999. 45f. Seminário Apresentado ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná.

FAGGION, P. L. **Obtenção dos Elementos de Calibração e Certificação de Medidores Eletrônicos de Distância em Campo e Laboratório**. Curitiba, 2001, 134f. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) - Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná.

FIALOVSKY, L. **Surveying instruments and their operational principles**. New York: Elsevier, 1991. 738p.

GEMAEL, C. **Introdução à Geodésia Física**. Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Curitiba, 1981.

GEMAEL, C. **Introdução à Geodésia Geométrica**. Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Curitiba, 1987.

GEMAEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas**. Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 1994. 319 p.

IBGE. Web **Site do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística**. Disponível em:
<http://www.ibge.gov.br/home/geografia/geodesico/altimetrica.shtm>
Acesso em: 02 jan.2004.

INSTITUTO NACIONAL DE COLONIZAÇÃO E REFORMA AGRÁRIA (INCRA). **Normas técnicas para georreferenciamento de imóveis rurais**. 2003.

IRVINE, W. **Surveying for Construction**. 2 ed. Maidenhead: McGraw-Hill, 1980.

JOLY, F. A **Cartografia**. Tradução de Tânia Pellegrini. Campinas: Papirus, 1990.

KAHMEN, H. FAÍG, W. **Surveyng -New York**. Editora: de Gruyter, 1988. 578p.

KENNIE, T. J. M. Field data collection for terrain modelling. In: KENNIE, T. J. M.; PETRIE, G, ed. **Terrain modelling in surveying and civil engineering**. New York: McGraw-Hill, 1991.

KENNIE, T. J. M.; PETRIE, G. Engineering surveying technology. New York: Glasgow, 1990. 485p.

LEICA. Leica industrial theodolites and total station. Disponível em: <http://www.leica.com/indust-metrology/product/tdm5005.html> . Acesso em: 12 nov. 1998.

LEICA. Manual de empleo T105/T107. 61p. 1998a.

LEICA. **Leica product homepage**. Disponível em: http://www.leica.com/surveying/product/pem_card.htm . Acesso em: 27 abr. 1998b.

LEICA. Leica Geosystems - The TPS300 Basic Series. Disponível em: <http://www.leica-geosystems.com/surveying/product/totalstations/tps300.htm> . Acesso em: 21 ago. 2000.

LEICA. Leica Geosystems - TPS1100 Professional Series total stations - Automatic target recognition. Disponível em: <http://www.leica-geosystems.com/su>. Acesso em: 28 nov. 2003.

LEICA. Leica Geosystems LEICA DNA03 & DNA10 digital levels - Disponível em: <http://www.leica-geosystems.com/surveying/product/levels/digital/index.htm>. Acesso em: 28 nov. 2003.

MARQUES, A. L. et al. **Projeto piloto de cartografia para pequenas áreas urbanas**. Curitiba, 1993. Trabalho de graduação (disciplina Projeto Final). Departamento de Geociências. Universidade Federal do Paraná.

MEDEIROS, Z. F. **Considerações sobre a metodologia de levantamentos altimétricos de alta precisão e propostas para a sua implantação.** Curitiba, 1999. 142f. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) - Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná.

McCORMAC, J. C. **Survey fundamentals.** 2. ed. New York: Prentice Hall, 1991. 567p.

MUNCH, K. H. **The Kern E2 Precision Theodolite**, Proc. 17th Fig. Congr. Sofia, Comissão 5, 1984.

MYTOOLSTORE. CTS/Berger Professional Sighting Rods. Disponível em: <http://www.mytoolstore.com/berger/rods1.html> . Acesso: 05 jan. 2004.

OLIVEIRA, L. A. A. **Comunicação de dados e teleprocessamento.** São Paulo: Atlas, 1986. 156 p.

KATOWISKI, O.; SALSMANN, W. The angle measurement system in the Wild Theomat T-2.000, Publicação da Wild, Heerbrugg. 1983.

PENTAX. Asahi Precision CO. LTD. Disponível em: http://www.pentax.co.jp/apc/productE/pro_d/list.html . Acesso em 21 ago. 2000.

RIBEIRO, F. C., Os softwares vão a campo. **Infogeo**, ano 1, n.4, p.22-3, novembro/dezembro 1998.

RÜEGER, J. M. **Electronic Distance Measurement.** 3th ed., Springer-Verlag, Berlin. 1996. 266p.

SEYER, M. D. **RS 232 made easy: connecting computer, printers, terminals and modems.** Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1984. 214 p.

SILVA, I. Instrumentos topográficos modernos topografia moderna. In: Congresso Brasileiro de Cartografia, 16., 1993, Rio de Janeiro. Anais... Rio de Janeiro: SBC, 1993. p.252-60.

SOKKIA. <http://www.sokkia.com/products/pdfs/sdl30.pdf> Disponível em: <http://www.sokkia.com/products/pdfs/sdl30.pdf>. Acesso em: 28 nov. 2003.

SOKKIA. Sokkia Products Ranger. Disponível em: <http://www.sokkia.com/products/ranger.html> . Acesso em: 28 de nov. 2003a.

TAROUCO, L. M. R., **Redes de comunicação de dados**. Rio de Janeiro: LTC/MEC/SEPLAN, 1977. 176 p.

THE EARTHS MAGNETIC FIELD. Disponível em <http://www.geocities.com/CapeCanaveral/Lab/6488/magfield.html> . Acesso em 15 mar. 2004.

TORGE, W. Geodesy. Berlin, New York: Walter de Gruyter, 1980. 254 p.

TOPCON. Data Collectors. Disponível em: <http://www.topcon.com/DCOLLECT.htm>. Acesso em 12 maio 1998.

TOPCON. TPS Surveying Instruments. Disponível em: <http://www.topconsurvey.com/hardware/levels.html#dt101dt102>. Acesso em: 28 nov. 2003.

TRIMBLE. acu_surveypro. Disponível em: http://www.trimble.com/acu_surveypro.html . Acesso em: 28 nov. 2003a.

TRIMBLE. Trimble - precisionlevels_ds. Disponível em: <http://trl.trimble.com/dscgi/ds.py/Get/File-10266/PrecLevelsDS.pdf>. Acesso em: 28 nov. 2003.

TRIMBLE. Trimble 5600. Disponível em: <http://www.trimble.com/5600.html>. Acesso em 28 de nov. 2003.

VEIGA, L. A. K. **Sistema para Mapeamento Automatizado em campo: conceitos, metodologia e implantação de um protótipo**. São Paulo, 2000. 201p. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

VEIGA, L. A. K.; CINTRA, J. P. Estações totais e a interface com o computador. In: **Simpósio Latino Americano de Agrimensura e Cartografia**. 2., 2000, Foz do Iguaçu. **Resumos...** Foz do Iguaçu, 2000.

WILD TC2002. **User manual**. Heerbrugg, Suíça. 1994.